

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ СОРЕВНОВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

**В.Н. ЮШКИН, С.С. МАРЧЕНКО,
Е.А. СТРИЖАКОВА, Р.И. ПЕНЬКОВА,
ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ,
г. Волгоград, Россия**

Аннотация

Проблема разработки рейтинга в спорте на протяжении последних десятилетий не утрачивает собственной актуальности и значимости. Целью статьи стала разработка двух математических моделей расчета рейтинговой оценки соревновательной деятельности, основанных на методах: 1) взвешенных соотношений; 2) с применением цепей Маркова; их апробация, проведение сравнительного анализа. Предметом исследования являются теоретические и методологические аспекты применения рейтинговых систем на базе метода взвешенных соотношений и метода, в основе которого лежат цепи Маркова. В работе представлен анализ результатов выступления команд в матчах чемпионатов Национальной футбольной лиги в период с 2001 по 2021 г. Адекватность математической модели, предложенной для расчета рейтинга, может быть оценена показателем сходимости текущего рейтинга команд, участвующих в матче, с фактически полученным результатом матча. В результате применения математической модели, основанной на цепях Маркова, удается существенно повысить точность прогнозирования исходов спортивных результатов в среднем до 68,510% по сравнению с разработанными ранее моделями и методами. Применение математической модели, основанной на методе взвешенных соотношений, повышает точность прогнозирования до 72,892%; при применении иных моделей точность прогнозирования исходов спортивных мероприятий редко превышает 57%. Полученные результаты позволяют сделать вывод о более высокой эффективности математической модели, основанной на методе взвешенных соотношений, для определения рейтинговой оценки соревновательной деятельности. Проведение корреляционного анализа позволило выявить наличие статистической значимости результатов, полученных в процессе применения математических моделей.

Ключевые слова: рейтинг, цепи Маркова, метод взвешенных соотношений, оценка, соревновательная деятельность.

COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODS FOR PREDICTING THE RESULTS OF COMPETITIVE ACTIVITY

**V.N. YUSHKIN, S.S. MARCHENKO,
E.A. STRIZHAKOVA, R.I. PENKOVA,
FSBEI HE Volgograd SAU,
Volgograd city, Russia**

Abstract

The problem of developing a rating in sports over the past decades has not lost its own relevance and significance. The purpose of the article is to develop two mathematical models for calculating the rating assessment of competitive activity based on the methods: 1) of weighted ratios; 2) using Markov chains, their approbation and comparative analysis. The subject of the study is the theoretical and methodological aspects of the application of rating systems based on the method of weighted ratios and the method based on Markov chains. The paper presents an analysis of the results of the teams' performance in the National Football League Championship matches in the period from 2001 to 2021. The adequacy of the mathematical model proposed for calculating the rating can be assessed by the indicator of convergence of the current rating of the teams participating in the match with the actual result of the match. As a result of using a mathematical model based on Markov chains, it is possible to significantly increase the accuracy of predicting the outcomes of sports results, on average up to 68.510%, compared with previously developed models and methods. When using a mathematical model based on the weighted ratio method, the prediction accuracy increases to 72.892%. The accuracy of predicting the outcomes of sports events when using other models rarely exceeds 57%. The results obtained allow us to conclude that the mathematical model based on the method of weighted ratios is more effective for determining the rating assessment of competitive activity. The correlation analysis revealed the presence of statistical significance of the results obtained in the process of applying mathematical models.

Keywords: rating, Markov chains, weighted ratio method, evaluation, competitive activity.



Введение

Проблема рейтинга в спорте в научной литературе не нова, на протяжении последних десятилетий ученые обращались к изучению, теоретико-методологическому обоснованию систем, моделей расчета рейтинга в различных видах спорта. Парадоксальным образом множественность разработанных систем, методов расчета рейтинга не только не сняла проблематику оценивания объективной силы отдельного игрока и команды, но и повысила ее значимость и актуальность.

Иными словами, формируется противоречие, обусловленное очевидной необходимостью выработки универсальной системы рейтингового расчета, способной объективно отражать силу отдельного игрока или команды, осуществлять прогнозирование вероятных исходов спортивных игр или соревнований и имеющими место недостатками существующих сегодня моделей рейтингового расчета. Разрешение указанного противоречия обуславливает актуальность исследования.

Целью исследования является сравнение математических моделей получения рейтинговых оценок соревновательной деятельности, полученных с использованием цепей Маркова и метода взвешенных соотношений, их апробация и сопоставление.

Практическая значимость определяется возможностью применения представленных математических моделей для прогнозирования исходов спортивных мероприятий, составления спортивных рейтингов.

Впервые научное обоснование спортивные рейтинги получили в работах Эло [1], который разработал алгоритм расчета рейтинга, основанного на учете статистики прошлых результатов. Принимая во внимание высокую популярность, известность данной рейтинговой системы на протяжении длительного времени, сам термин «рейтинг» в спортивной сфере часто ассоциировался непосредственно с системой Эло. В то же время в последние десятилетия осуществляется разработка новых рейтинговых систем, новых инструментов измерения успешности спортивных достижений.

В частности, отдельным методом формирования рейтинга является система, принятая сегодня ФИФА [2]. Модели рейтингового расчета, основанные на распределении Пуассона, изучались, начиная с 60-х гг. прошлого столетия в трудах М.Дж. Морони [3].

В целом, как было указано, на сегодняшний день разработаны многочисленные модели и методики расчета рейтинга, однако при этом проблематика создания универсальной модели остается неразрешенной. Более того, анализ существующих универсальных моделей расчета рейтинга позволяет сделать вывод, что точность прогнозирования возможных исходов игр или соревнований не превышает 57% [4].

Проблема обоснования критериев, положенных в основу универсальной модели рейтингового расчета, целесообразность включения тех или иных критериев в систему расчетов рассматривались в работе Н.М.П. Джонса, С.Д. Меллалы, Н. Джеймса [5]. Исследователи детально

останавливаются на изучении влияния критерия победы-проигрыша, подчеркивая, что «одни победы содержат больше информации, чем другие» [6]. Влияние психологических факторов на исход игры или соревнования, прежде всего мотивации, воли, стимула к победе изучалось в работе К.Ф. Гильсдорфа, В.А. Сукхатме [7]. Исследование влияния организационных факторов, в частности последовательность матчей, уровень игры осуществлялось в работе К. Гумаса [8].

В отечественной литературе фундаментальные исследования рейтинга представлены прежде всего в трудах А. Карминского, А.А. Полозова [9, 10], Л.Е. Садовского [11]. Однако численность работ, посвященных теоретико-методологическому обоснованию универсальной системы расчета рейтинга, крайне незначительна, сама проблематика остается изученной фрагментарно.

Описанное выше позволяет сделать вывод, что на сегодняшний день в работах ученых подвергаются изучению различные системы расчета рейтинга, при этом единство в восприятии, оценивании эффективности указанных систем и моделей отсутствует. Принимая это во внимание, можно заключить, что проблема разработки универсальной системы рейтинга, способной повысить точность прогнозирования выше 57%, включать любые критерии, которые могут оказать существенное влияние на прогнозируемые исходы игр или соревнований в тех или иных видах спорта, пока не нашла своего практического разрешения.

Материалы и методы исследования

В процессе проведения исследования были использованы следующие методы:

1. *Теоретический анализ и обобщение научно-методической литературы:* теоретико-методологическое обоснование рейтинговой системы представляется невозможным без обращения к авторитетным теоретическим источникам, которые позволяют выявить современные подходы к пониманию рейтинга, особенности рейтинга в спорте, теоретически обосновать разрабатываемую математическую модель прогнозирования результатов спортивных соревнований.

2. *Сравнительный анализ* – общенаучный метод исследования наряду со структурным, типологическим, системным, генетическим и другими. Как и другие общенаучные методы, «обеспечивает более детальную разработку проблем, рассматривает предмет исследования с разных сторон, извлекая из него новые сведения благодаря восприятию его в новых ракурсах и новом освещении» [12]. В рамках данного исследования сравнительный анализ применяется для выявления более эффективной математической модели, обеспечивающей большую точность прогнозирования исходов спортивных соревнований.

3. *Корреляционный анализ* направлен на выявление причинно-следственных зависимостей между показателями, исследуемыми критериями. При проведении исследования корреляционный анализ проводился с целью выявления наличия статистической значимости резуль-



татов применения математических моделей, основанных на цепях Маркова и методе взвешенных соотношений. В процессе расчетов использовался t -критерий Стьюдента. «Критерий t -критерий Стьюдента является параметрическим и используется с целью оценки достоверности сдвига значений в зависимых выборках» [13]. В процессе статистической обработки данных использовался пакет SPSS 26.

Принимая во внимание отсутствие эффективной системы расчета рейтингов в спорте, авторами данной статьи были разработаны две математические модели, направленные на повышение соответствия прогнозирования исходов спортивных мероприятий полученным результатам.

В основании первой разработанной модели – понятие Марковских цепей. Главная идея заключается в том, что каждое индивидуальное соревнование между двумя командами приводит к голосованию проигравшей команды за команду-победителя. Сбор голосов ложится в основу матрицы, которая отражает рейтинги команд. Вектор окончательного рейтинга может быть рассчитан на основании информации о победах и поражениях, количестве забитых командами голов и т.д. Применение цепей Маркова позволяет получить стохастическую матрицу рейтингов, при которой общая сумма всех рейтингов составляет единицу. В результате применения метода рейтинги могут быть вычислены до скалярного кратного (скалярного множителя).

Методика рейтинговой оценки соревновательной деятельности на основе цепей Маркова включает следующие этапы:

- 1) формируем матрицу результатов игр:

$$[M_{ij}] = \begin{cases} g_{1k}, & \text{если } i = n_{2k}, j = n_{1k}; \\ g_{2k}, & \text{если } i = n_{1k}, j = n_{2k}, \end{cases}$$

где g_{1k} – количество голов, забитых 1-й из соперничающих команд в k -й игре; g_{2k} – количество голов, забитых 2-й из соперничающих команд в k -й игре; n_{1k} – номер 1-й команды в рассматриваемой игре; n_{2k} – номер 2-й команды в рассматриваемой игре; k – количество игр;

- 2) преобразуем полученную матрицу $[M_{ij}]$, получаем стохастическую матрицу $[S_{ij}]$, в которой сумма всех строк равна единице;

- 3) вычисляем доминирующий собственный вектор $\{r_j\}$ для матрицы $[S_{ij}]$.

В качестве преимуществ метода Маркова следует назвать то, что он учитывает качество победы, принимает во внимание тот факт, что победа над сильным противником будет цениться выше.

В качестве недостатков метода можно назвать высокую чувствительность даже к незначительным изменениям данных, что существенно затрудняет оценку качества ранжирования, может стать причиной формирования ненадежного рейтинга [14]. Кроме того, в чрезвычайных случаях у команд может появиться стимул к проигрышу для повышения рейтинга впоследствии.

Вторая модель основывается на разработанном методе взвешенных соотношений. Сущность метода заключается в вычислении определенного значения

исследуемых переменных. В других областях исследований веса чаще всего представляют собой дроби, всегда положительные величины, отличные от нуля [15], отражающие силу влияния каждой переменной на набор данных. Применительно к системе рейтинговых расчетов за единицу принимается отношение суммы атакующих рейтингов к сумме защитных рейтингов. Метод может рассматриваться как метод рейтинговой оценки ранжирования попарных сравнений, который использует соотношение результатов игр для оценки и ранжирования альтернатив. В процессе разработки модели метода взвешенных соотношений было назначено условие масштабирования – отношение атакующих рейтингов к защитным рейтингам равно единице. Несмотря на то что оба метода могут использовать одинаковые исходные данные при формировании матрицы результатов, вычисление вектора оценок производится разными способами. Матрица взаимозависимостей, полученная для применения в методе взвешенных соотношений, отражает возможные результаты между всеми альтернативами.

Методика рейтинговой оценки соревновательной деятельности с применением взвешенных соотношений заключается в решении системы уравнений, сформированных с помощью соотношений [16]:

$$R_i = \frac{F_i}{A_i},$$

где: i – число команд, участвующих в соревновании; R_i – рейтинг i -й команды;

$F_i = \sum_{j=1}^n (G_j^f \cdot \sqrt{R_j})$; $A_i = \sum_{j=1}^n (G_j^a / \sqrt{R_j})$ – суммарное

приведенное число забитых и пропущенных голов i -й команды соответственно; n – число матчей, проведенных i -й командой;

G_j^f , G_j^a – число забитых и пропущенных голов i -й команды в j -й игре соответственно;

R_j – рейтинг команды соперника в j -й игре.

В качестве отличительных характеристик применения весов для получения оценок называют повышение репрезентативности полученных результатов [15], простоту и доступность. К недостаткам метода следует отнести высокую зависимость даже от незначительных изменений данных.

Указанные методы были положены в основу разработки двух математических моделей расчета рейтинговой оценки, которые представляют собой компьютерную программу, осуществляющую вычисление рейтинговых оценок соревновательной деятельности.

На следующем этапе представляется целесообразным провести сравнительный анализ сходимости прогнозируемых результатов при применении метода взвешенных соотношений и метода, основанного на цепях Маркова. Необходимо подчеркнуть, что математическая модель, основанная на методе взвешенных соотношений, позволяет минимизировать риски, обусловленные высокой зависимостью прогнозируемых результатов от изменений несущественных данных.



Результаты исследования и их обсуждение

В качестве исследуемого материала используются данные чемпионатов Национальной футбольной лиги. Хронологические рамки исследования охватывают период с 2001 по 2021 год.

С применением метода, основанного на цепях Маркова, получены следующие результаты (табл. 1).

Таблица 1

Результаты исследований с применением математической модели, основанной на цепях Маркова

Год	Предугаданных матчей	Результативных матчей	Всего матчей	Процент предугаданных матчей (%)
2001	180	259	259	69,498
2002	178	266	267	66,917
2003	180	267	267	67,416
2004	186	267	267	69,663
2005	186	267	267	69,663
2006	186	267	267	69,663
2007	193	267	267	72,285
2008	171	266	267	64,286
2009	190	267	267	71,161
2010	172	267	267	64,419
2011	181	267	267	67,790
2012	188	266	267	70,677
2013	177	266	267	66,541
2014	185	266	267	69,549
2015	189	267	267	70,787
2016	170	265	267	64,151
2017	194	267	267	72,659
2018	174	265	267	65,660
2019	189	266	267	71,053
2020	185	268	269	69,030
2021	184	284	285	65,845
Общее	3838	5607	5619	68,303
Модель	182,76	267,00	267,57	68,510

Как показывают приведенные данные, точность прогнозирования исходов спортивного мероприятия с применением математической модели, основанной на цепях Маркова, составляет от 64,151 до 72,659%, средний показатель – 68,510%.

С применением математической модели, основанной на методе взвешенных соотношений, получены результаты, содержащиеся в табл. 2. Приведенные результаты показывают, что точность прогнозирования колеблется от 69,549 до 76,866%, средний показатель составляет 72,892%.

Результаты сравнительного анализа позволяют сделать следующие выводы:

1) при применении математической модели, основанной на методе взвешенных соотношений, число матчей с предугаданным результатом возрастает и составляет 4087 матчей, тогда как при применении модели, основанной на цепях Маркова, результат равен 3838 матчей. То есть на материале исследований, который составляет 5607 матчей, повышение числа спортивных событий

с предугаданным результатом возросло на 249 матчей, что указывает на повышение точности прогнозирования на 4,441% от общего числа матчей;

2) при применении математической модели, основанной на методе взвешенных соотношений, средний показатель предугаданных матчей возрастает до 194,62 вместо 182,76, т.е. повышение среднего показателя спортивных событий с предугаданным итогом составляет 11,86;

3) применение математической модели, основанной на цепях Маркова, обеспечивает точность прогнозирования исходов спортивных соревнований от 64,151 до 72,659%. При этом показатели прогнозирования с применением модели, основанной на методе взвешенных соотношений, составляют от 69,549 до 76,866%, т.е. на 5,398 и 4,207% выше соответственно;

4) средний показатель точности прогнозирования при применении модели, основанной на методе взвешенных соотношений, составляет 72,892%, что на 4,382% выше, чем при применении математической модели, основанной на цепях Маркова.



Таблица 2

**Результаты исследований с применением математической модели,
основанной на взвешенных соотношениях**

Год	Предугаданных матчей	Результативных матчей	Всего матчей	Процент предугаданных матчей (%)
2001	186	259	259	71,815
2002	185	266	267	69,549
2003	199	267	267	74,532
2004	194	267	267	72,659
2005	196	267	267	73,408
2006	196	267	267	73,408
2007	201	267	267	75,281
2008	195	266	267	73,308
2009	193	267	267	72,285
2010	190	267	267	71,161
2011	200	267	267	74,906
2012	190	266	267	71,429
2013	185	266	267	69,549
2014	201	266	267	75,564
2015	191	267	267	71,536
2016	196	265	267	73,962
2017	199	267	267	74,532
2018	186	265	267	70,189
2019	195	266	267	73,308
2020	206	268	269	76,866
2021	203	284	285	71,479
Общее	4087	5607	5619	72,735
Модель	194,62	267,00	267,57	72,892

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что применение математической модели, основанной на цепях Маркова, повышает точность прогнозирования результатов спортивных мероприятий в среднем до 68,510%. Необходимо подчеркнуть, что точность моделей расчета рейтинга колеблется от 54,43 до 57,00% [4], т.е. полученные результаты позволяют существенно повысить точность прогнозирования возможных исходов спортивного мероприятия.

При этом математическая модель, основанная на методе взвешенных соотношений, позволяет повысить точность прогнозирования спортивных соревнований в среднем до 72,892%, что на 4,382% выше, чем при применении модели, основанной на цепях Маркова.

Проведение корреляционного анализа для выявления статистической значимости результатов, полученных при применении двух математических моделей, позволило получить результаты, занесенные в табл. 3.

Для $n = 20$ критические значения составляют $2,086_{p=0,05}$ и $2,845_{p=0,01}$. Результаты корреляционного анализа позволяют сделать вывод о наличии статистической значимости повышения точности прогнозирования результатов спортивных мероприятий: применение математической модели рейтинговых расчетов, основанной на методе

взвешенных соотношений, позволит получить более репрезентативные и достоверные результаты.

Таблица 3

Результаты корреляционного анализа

Критерий	t-критерий Стьюдента
Численность предугаданных матчей	6,922
Процент предугаданных матчей	6,927

Заключение

Проблема рейтингов в спорте на протяжении последних десятилетий не утрачивает собственной актуальности и значимости. На сегодняшний день в научной литературе представлены многочисленные подходы к составлению рейтинга, однако проблема остается неразрешенной.

Целью статьи было описание математических моделей составления рейтинга, основанных на цепях Маркова и методе взвешенных состояний, их апробация и сопоставление.

В процессе проведения исследования были разработаны две математические модели расчета рейтинга в спорте: первая основывалась на понятии цепей Маркова, вторая – на методе взвешенных соотношений.



При использовании первой модели учитываются победы, поражения, различия всех команд, что позволяет составить стохастическую матрицу рейтингов, при которой общая сумма всех рейтингов составляет единицу.

Вторая математическая модель принимает за единицу отношение атакующих рейтингов к защитным рейтингам.

В обоих случаях мы имеем дело с рейтингом, но основные принципы его вычисления отличаются. Анализ теоретических источников позволяет сделать вывод, что подобные математические модели имеют собственные достоинства и недостатки.

В качестве материала для исследования использовались данные чемпионатов Национальной футбольной лиги (2001–2021 гг.).

В результате проведения расчетов было выявлено, что применение математической модели расчета рейтингов, основанной на цепях Маркова, повышает точность прогнозирования исходов спортивных мероприятий в среднем до 71,936%. Указанный показатель существенно пре-

вышает возможности прогнозирования математических моделей, разработанных ранее.

Применение математической модели, основанной на методе взвешенных соотношений, позволяет повысить точность прогнозирования в среднем до 76,536%, что на 4,6% выше, чем при применении математической модели, основанной на цепях Маркова.

Проведение корреляционного анализа позволило выявить наличие статистической значимости результатов прогнозирования исходов спортивных соревнований с применением разработанных математических моделей – модель, основанная на методе взвешенных соотношений, является более точной.

В то же время необходимо подчеркнуть, что проблема составления рейтинга в спорте, прогнозирования исходов спортивных мероприятий требует своего дальнейшего изучения, исследования. Прежде всего необходимо проведение сопоставительного анализа с привлечением дополнительных материалов и результатов мероприятий в других видах спорта, как индивидуальных, так и командных.

Литература

1. *Elo, A.* The Rating of Chess Players, Past and Present / A. Elo // Ishi Press International. – 2008. – 208 p.
2. *Stefani, R.* Football Rating Systems for Top-Level Competition: A Critical Survey / R. Stefani, R. Pollard // Journal of Quantitative Analysis in Sports. – 2007. – No. 3 (3). – Pp. 3–3.
3. *Moroney, M.J.* Facts From Figures / M.J. Moroney // 3rd edition, Penguin Books, London, – 1956. – 467 p.
4. *Talattinis, K.* Forecasting Soccer Outcome Using Cost-Sensitive Models Oriented to Investment Opportunities / K. Talattinis, G. Kyriakides, E. Kapantai, G. Stephanides // International Journal of Computer Science in Sport. – 2019. – Vol. 18, iss. 1. – Pp. 93–114.
5. *Jones, N.M.P.* Team performance indicators as a function of winning and losing in rugby union / N.M.P. Jones, S.D. Mellalieu, N. James // International Journal of Performance Analysis in Sport. – 2004. – No. 4 (1). – Pp. 61–71.
6. *Vaziri, B.* Properties of sports ranking methods / B. Vaziri, S. Dabadghao, Y. Yih, T.L. Morin // Journal of the Operational Research Society. – 2018. – No. 69 (5). – Pp. 776–787.
7. *Gilsdorf, K.F.* Testing Rosen's Sequential Elimination Tournament Model Incentives and Player Performance in Professional Tennis // K.F. Gilsdorf, V.A. Sukhatme // Journal of Sports Economics. – 2008. – No. 9 (3). – Pp. 287–303.
8. *Goumas, C.* Modelling home advantage for individual teams in UEFA Champions League football / C. Goumas // Journal of Sport and Health Science. – 2017. – Vol. 6, iss. 3. – Pp. 321–326.
9. *Karminsky, A.* Handbook of Ratings. Approaches to Ratings in the Economy, Sports, and Society / A. Karminsky, A.A. Polozov. – London: International Publishing house "Springer". – 2016. – 360 p.
10. *Полозов, А.А.* Прогнозирование результатов ЧМ-2018 на основе нового алгоритма консолидации данных / А.А. Полозов, Е.А. Суворова, А.В. Мельникова, А.В. Корелина, С.В. Михряков // Ученые записки университета им. П.Ф. Лесгафта. – 2018. – № 4. – С. 263–269.
11. *Садовский, Л.Е.* Рейтинговые системы спортивных классификаций / Л.Е. Садовский, А.А. Садовская // Теория и практика физической культуры. – 1988. – № 8. – С. 27–29.
12. *Жигальцова, Т.В.* Дискуссии в компаративных исследованиях и техники сравнительного анализа / Т.В. Жигальцова // Гуманитарные ведомости ТГПУ им. Л.Н. Толстого. – 2014. – № 4 (12). – С. 88–92.
13. *Остапенко, Р.И.* Математические основы психологии / Издательство «ВГПУ». – 2010. – 76 с.
14. *Vaziri, B.* Markov-based ranking methods / B. Vaziri // Purdue University. – 2016. – 93 p.
15. *Καρατάσσοϋ, T.* Weighting of responses in the Consumer Survey: Alternative approaches – Effects on variance and tracking performance of the Consumer Confidence Indicator / T. Καρατάσσοϋ // Foundation for economic & Industrial research. – 2013. – 32 p.
16. *Юшкин, В.Н.* Система определения рейтинга / В.Н. Юшкин // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Гуманитарные науки. – 2020. – № 1. – С. 122–126.



References

1. Elo, A. (2008), The Rating of Chess Players, Past and Present, *Ishi Press International*, 208 p.
2. Stefani, R. and Pollard, R. (2007), Football Rating Systems for Top-Level Competition: A Critical Survey, *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 3 (3), pp. 3–3.
3. Moroney, M.J. (1956), *Facts from Figures*, 3rd ed., Penguin Books, London, 467 p.
4. Talattinis, K., Kyriakides G., Kapanta, E. and Stephanides, G. (2019), Forecasting Soccer Outcome Using Cost-Sensitive Models Oriented to Investment Opportunities, *International Journal of Computer Science in Sport*, vol. 18, iss. 1, pp. 93–114.
5. Jones, N.M.P., Mellalieu, S.D. and James, N. (2004), Team performance indicators as a function of winning and losing in rugby union, *International Journal of Performance Analysis in Sport*, 4 (1), pp. 61–71.
6. Vaziri, B., Dabadghao, S., Yih, Y. and Morin, T.L. (2018), Properties of sports ranking methods, *Journal of the Operational Research Society*, 69 (5), pp. 776–787.
7. Gilsdorf, K.F. and Sukhatme, V.A. (2008), Testing Rosen's Sequential Elimination Tournament Model Incentives and Player Performance in Professional Tennis, *Journal of Sports Economics*, 9 (3), pp. 287–303.
8. Goumas, C. (2017), Modelling home advantage for individual teams in UEFA Champions League football, *Journal of Sport and Health Science*, vol. 6, iss. 3, pp. 321–326.
9. Karminsky, A. and Polozov, A.A. (2016), *Handbook of Ratings. Approaches to Ratings in the Economy, Sports, and Society*, London: International Publishing house "Springer", 360 p.
10. Polozov, A.A. et al. (2018), Forecasting the results of the 2018 World Cup based on a new data consolidation algorithm, *Uchyonye zapiski universiteta im. P.F. Lesgafta*, no. 4, pp. 263–269.
11. Sadovskiy, L.E. and Sadovskaya, A.A. (1988), Rating systems of sports classifications, *Teoriya i praktika fizicheskoy kul'tury*, no. 8, pp. 27–29.
12. Zhigaltsova, T.V. (2014), Discussions in comparative studies and techniques of comparative analysis, *Gumanitarnyye vedomosti TGPU im. L.N. Tolstogo*, no. 4 (12), pp. 88–92.
13. Ostapenko, R.I. (2010), *Mathematical foundations of psychology*, Izdatelstvo "VGPU", 76 p.
14. Vaziri, B. (2016), *Markov-based ranking methods*, Purdue University, 93 p.
15. Καρατάσος, Τ. (2013), Weighting of responses in the Consumer Survey: Alternative approaches – Effects on variance and tracking performance of the Consumer Confidence Indicator, *Foundation for economic & Industrial research*, 32 p.
16. Yushkin, V.N. (2020), The Ranking System, *Sovremennaya nauka: aktual'nye problemy teorii i praktiki. Seriya: Gumanitarnye nauki*, vol. 1, pp. 122–126.

