

МОНИТОРИНГ СПОРТИВНОЙ ПОДГОТОВКИ В ВЕЛОСИПЕДНОМ СПОРТЕ

Часть II.

Методика восстановления частично утраченных данных мощности педалирования по данным спутниковой навигации в велосипедном спорте (шоссе)

**Е.Д. ГОРБУНОВ, А.В. КУБЕЕВ,
ФГБУ ФНЦ ВНИИФК, г. Москва**

Аннотация

В велосипедном спорте – шоссе параметр «мощность педалирования» признается многими специалистами как ключевой фактор контроля специальной физической подготовленности. В состав многих применяемых сегодня систем контроля тренировочных нагрузок в велоспорте входят датчики прямого измерения мощности педалирования, однако по различным причинам данные мощности педалирования в ходе выполнения физической работы могут быть частично или полностью утрачены. В ходе проведенного исследования были разработаны аналитические зависимости и методика, обеспечивающие восстановление частично утраченных данных мощности педалирования на основе данных спутниковой навигации. Это позволяет обеспечить полноту собираемых данных мощности педалирования и повысить в целом качество мониторинга физических нагрузок. Данная публикация является продолжением опубликованной ранее статьи [1].

Ключевые слова: мощность педалирования, тренировочная нагрузка, методика расчета мощности педалирования, мониторинг специальной физической подготовленности, велосипедный спорт.

MONITORING OF SPORTS TRAINING IN CYCLING

Part II.

Method of recovery of partially lost pedalling power data from satellite navigation data in cycling (road)

**E.D. GORBUNOV, A.V. KUBEEV,
VNIIFK, Moscow city**

Abstract

In cycling (road), the parameter «pedaling power» is recognized by many experts as a key factor in controlling special physical fitness. Many training load in cycling monitoring systems used today include sensors for direct measurement of pedaling power, however, for various reasons, pedaling power data may be partially or completely skipped during physical work. In the course of the study, analytical dependencies and a methodology were developed that ensure the restoration of partially lost pedaling power data based on satellite navigation data. This makes it possible to ensure the completeness of the collected pedaling power data and improve the overall quality of monitoring physical activity. This publication is a continuation of the previously published article [1].

Keywords: pedaling power, training load, pedaling power calculation methodology, monitoring of special physical fitness, cycling.



Введение

Контроль различных внешних и внутренних параметров физических нагрузок в ходе выполнения программ спортивной подготовки всегда остается в зоне особого внимания тренеров и специалистов, а также самих спортсменов. И чем выше уровень спортивной квалификации спортсменов, тем более значимым становится выбор ключевых параметров систем контроля. Одним из таких параметров в велосипедном спорте является мощность педалирования P (англ. – *power*). Знание мощности педалирования обеспечивает действительное измерение реальной физической работы, что позволяет осуществлять объективный мониторинг роста специальной производительности спортсмена.

Измерять мощность при выполнении упражнения на стационарном велоэргометре специалисты научились достаточно давно, фиксируя такие параметры, как частота педалирования, внешнее сопротивление вращению педалей и скорость «движения». Ситуация осложняется, если необходимо знать параметр «мощность педалирования» спортсмена в реальном тренировочном упражнении, поскольку существенно увеличивается количество факторов, влияющих на конечный результат (встречный ветер, характер рельефа местности, качество дорожного покрытия и др.).

Первые значимые для практики велоспорта мобильные измерители мощности педалирования (далее – ИМП) производства компании *Schoberer Rad Messtechnik (SRM)* появились чуть более 30 лет назад. За прошедшее время рынок ИМП существенно расширился, и сегодня для сбора данных мощности педалирования в том числе применяется большое число технических систем разных производителей – *Garmin, Wahoo, Bryton, Whoop,*

Magene и др. Целью применения таких систем является получение объективных данных, позволяющих оценить текущий уровень и динамику изменения показателей работоспособности спортсмена в ходе тренировочного процесса. Информация, поступившая от датчиков мощности и записанная средствами регистрации, как правило, после обработки доступна для просмотра в специализированном программном обеспечении (электронных приложениях для персональных компьютеров, смартфонов, взб-приложениях) в виде соответствующих графиков и рассчитанных интегральных показателей.

Дальнейшее развитие мобильных технологий ИМП привело к бурному росту специализированных научных исследований на различном контингенте спортсменов. За прошедшие три десятилетия специалистами весьма масштабно были изучены данные мощности педалирования, в том числе ведущих велосипедистов мира в различных условиях и на разных этапах многолетней подготовки; были составлены профили рекордной мощности педалирования в системе координат «предельное время физической работы ~ мощность педалирования» [2–5]. В настоящее время очень многие ведущие велосипедисты мира осуществляют мониторинг мощности педалирования в постоянном режиме физической работы, не исключая их применение на крупнейших международных спортивных соревнованиях.

Применение ИМП помогает эффективно решать задачи, связанные с повышением надежности параметров оценки выполненной спортсменом физической нагрузки, установления зон мощности физической работы, расчета ее интегральных показателей – абсолютного и относительного времени работы в различных зонах мощности, средней мощности на отрезках дистанции или за всю дистанцию в целом и др.

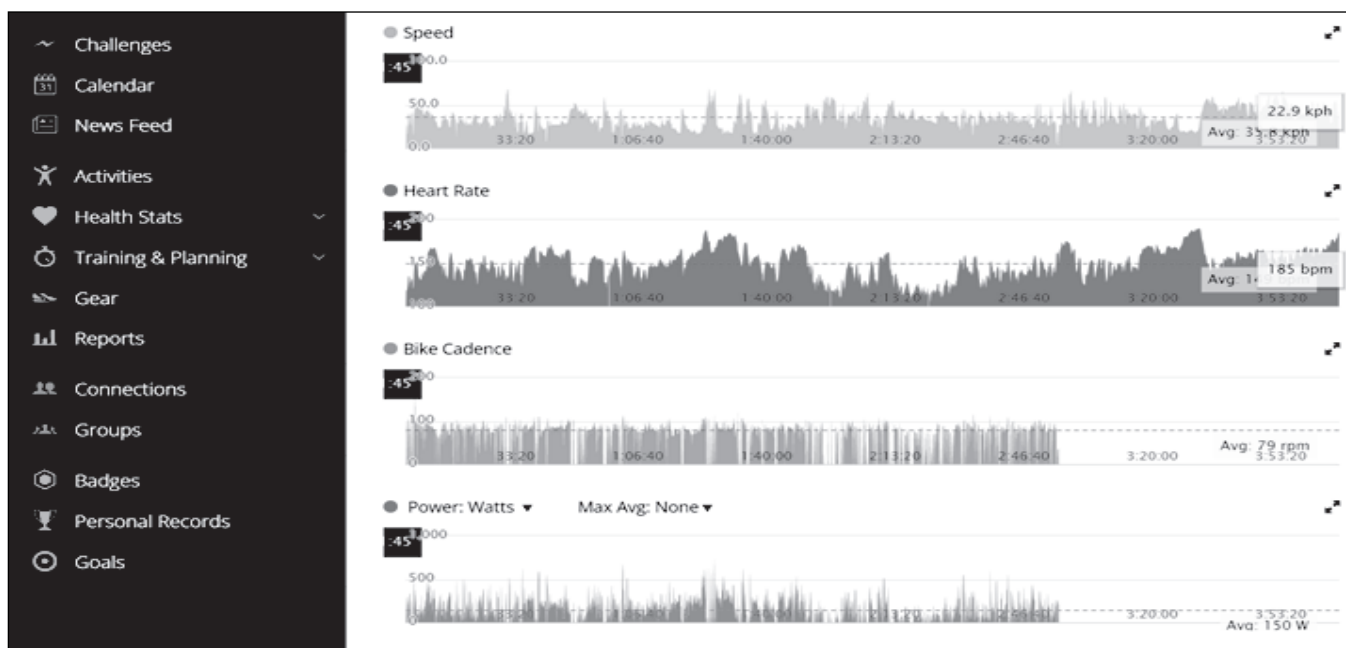


Рис. 1. График с частично утраченными данными мощности педалирования (на примере взб-приложения системы *Garmin connect*)



Вместе с тем в практике применения ИМП не редки ситуации, когда часть данных мощности педалирования отсутствует в записи (была утрачена) по различным причинам, основными из которых являются:

- разряд источников питания ИМП в процессе записи;
- потеря сигнала датчика мощности приемником записывающего устройства в связи с воздействием естественных либо искусственных помех;
- недостаточно плотный механический контакт с конструкцией велосипеда.

Пример случая частично утраченных данных мощности педалирования показан на рис. 1.

Очевидно, что для корректного и полноценного решения задач методического и тренировочного характера необходимо располагать полными данными, в частности по мощности педалирования. Исходя из данного тезиса, возникает потребность в восстановлении (оценке) частично утраченных данных.

Изложенное выше позволяет сформулировать **цель исследования**: повысить качество мониторинга спортивной подготовки велосипедистов высокой квалификации путем разработки и внедрения методики восстановления частично утраченных данных мощности педалирования.

В настоящей статье раскрыт один из возможных способов достижения цели с учетом имеющихся практик тестирования физической подготовленности на основе регистрируемых данных спутниковой навигации.

Задачи исследования:

- провести оценку возможности применения технических систем контроля физических нагрузок, используемых в велосипедном спорте, для получения исходной информации, позволяющей определять частично утраченные данные мощности педалирования расчетным путем;
- разработать методику восстановления частично утраченных данных мощности педалирования спортсменов в велосипедном спорте (шоссе).

Результаты исследования и их обсуждение

В качестве систем контроля физических нагрузок, применяемых в велосипедном спорте, были выбраны только те, которые имеют в своем техническом арсенале специализированные датчики для измерения и регистрации мощности педалирования.

Работа над первой задачей исследования позволила выявить следующее:

1) Применяемые в настоящий момент в велосипедном спорте системы ИМП позволяют получить доступ к зарегистрированным первичным данным, поступившим в системы непосредственно от датчиков мощности.

2) Первичные данные измерения мощности возможно скачать (как правило, из аккаунтов электронных приложений) в виде электронных файлов различных расширений: «.csv», «.tcx», «.gpx», «.fit» и пр.

$$ma_i = \frac{P_i}{V_i} - S_a \rho \frac{(V_i + V_b \cos(\beta_i - \beta_b))^2}{2} - mg \sin \alpha_i - k_{тр} mg \cos \alpha_i - F_i^{торм} , \quad (2)$$

3) В подавляющем большинстве случаев помимо зарегистрированной части данных мощности педалирования в файлах содержатся данные о местоположении (геолокации) спортсмена, полученные с использованием спутниковой навигации за весь период тренировки (гонки).

4) Все данные, содержащиеся в файлах, записаны в виде рядов значений отсечек времени t_i и соответствующих этим отсечкам результатов измерения мощности педалирования P_i , географических широты ω_i и долготы λ_i , а также высоты h_i в земной системе координат.

Выстроены во временной ряд данные геолокации (широта, долгота, высота) описывают кинематику движения велосипедиста по трассе. При этом само изменение кинематических параметров с течением времени происходит в свою очередь под действием различных сил, оказывающих воздействие на систему «гонщик – велосипед», в том числе разгоняющей силы мышечной работы спортсмена. Знание величины разгоняющей силы предоставляет возможность оценить и мощность педалирования. Суммируя изложенное выше, можно сформулировать основную идею предлагаемого подхода, которая заключается в оценке мощности педалирования на основе параметров кинематики движения по трассе.

Рассмотрим движение системы «гонщик – велосипед» в вертикальной плоскости. Если предположить, что изменение угла наклона трассы α происходит достаточно плавно и вектор скорости движения велосипедиста всегда направлен по касательной к поверхности трассы, то уравнение динамики движения велосипедиста вдоль оси, направленной по вектору скорости, будет иметь следующий вид:

$$m \frac{dV}{dt} = F^{вел} - F^{аэп} - F^{*тяж} - F^{тр} - F^{торм} , \quad (1)$$

где:

m – суммарная масса системы «спортсмен – велосипед»;

V – скорость движения велосипедиста относительно трассы;

$F^{вел}$ – разгоняющая сила мышечной работы велосипедиста;

$F^{аэп}$ – сила сопротивления встречного потока воздуха;

$F^{*тяж}$ – проекция силы тяжести вдоль направления движения системы «спортсмен – велосипед»;

$F^{тр}$ – сила трения качения велосипеда о поверхность трассы и во внутренних узлах велосипеда;

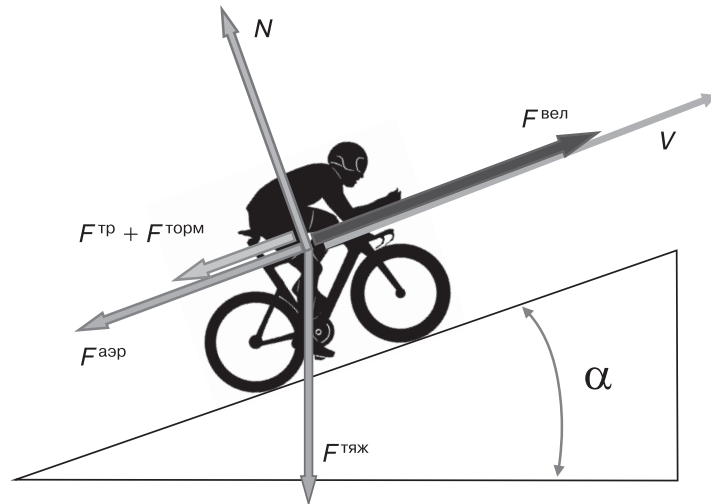
$F^{торм}$ – сила действия тормозной системы.

На рисунке 2 представлены силы, оказывающие воздействие на систему «гонщик – велосипед» при передвижении по трассе (силы перенесены в центр тяжести).

Каждая из сил может быть раскрыта подробнее. Тогда выражение (1) для i -й точки дистанции может быть приближённо представлено в виде:



Рис. 2.
Силы, оказывающие воздействие на систему «гонщик – велосипед» при передвижении по трассе (силы перенесены в центр тяжести)



где:

- a_i – суммарное ускорение системы «гонщик – велосипед» в i -й точке дистанции;
- P_i – мощность педалирования в i -й точке дистанции;
- S_a – параметр аэродинамического сопротивления, зависящий от габаритных размеров системы «гонщик – велосипед» и ее аэродинамической обтекаемости;
- ρ – плотность воздуха;
- V_b – скорость ветра;
- β_i – азимут направления движения в i -й точке дистанции;
- β_b – азимут направления ветра;
- g – ускорение свободного падения;
- α_i – угол наклона трассы в i -й точке дистанции;
- $k_{тр}$ – коэффициент трения качения колес велосипеда по трассе.

В данном выражении принято, что сила трения движущихся элементов конструкции велосипеда чрезмерно мала по сравнению с остальными силами, а направление ветра параллельно поверхности трассы.

Большинство из составляющих выражения (2) является доступным для определения. В частности, показатели плотности воздуха ρ , скорости V_b и направления ветра β_b можно найти в открытых электронных сервисах мониторинга погоды. Величина коэффициента трения качения может варьироваться в широких пределах, но в первом приближении может быть принята равной 0,003–0,004 [6, 7]. Угол наклона трассы, скорость и ускорение движения могут быть оценены с использованием данных геолокации по простым разностным

$$P_i^\Sigma = V_i \left[ma_i + S_a \rho \frac{(V_i + V_b \cos(\beta_i - \beta_b))^2}{2} + mg \sin \alpha_i + k_{тр} mg \cos \alpha_i \right]. \quad (6)$$

В формуле (6) в i -й точке остается неизвестной только величина параметра аэродинамического сопротивления S_a . Для его определения предлагается использовать имеющиеся данные о мощности педалирования P_i^* . В частности, из выражений (6) и (5) видно, что в точке i , в которой измеренное значение мощности педалирования не равно нулю ($P_i^* > 0$), значение S_a может быть определено по формуле:

формулам:

$$\alpha_i = \arcsin \frac{h_i - h_{i-1}}{d_i}, \quad (3)$$

$$V_i = \frac{d_i}{(t_i - t_{i-1})}, \quad a_i = \frac{V_i - V_{i-1}}{t_i - t_{i-1}},$$

где: d_i – расстояние по дуге большого круга между точками с координатами (ω_i, λ_i) и $(\omega_{i-1}, \lambda_{i-1})$, которое рассчитывается по формулам сферической тригонометрии [8]. По формулам этой же математической дисциплины может быть рассчитан и азимут направления движения β_i .

В итоге в выражении (2) остаются неопределенными: 1) искомая нами величина мощности педалирования P_i ; 2) параметр аэродинамического сопротивления S_a ; 3) сила действия тормозной системы $F_i^{\text{торм}}$.

Заметим, что велосипедист на практике не осуществляет одновременное приложение силы к педалям и торможение. С учетом этого введем переменную суммарной мощности торможения и педалирования:

$$P_i^\Sigma = P_i - V_i F_i^{\text{торм}}, \quad (4)$$

В таком случае, зная значение суммарной мощности педалирования и торможения P_i^Σ , можно определить и мощность педалирования:

$$P_i = \begin{cases} P_i^\Sigma, & P_i^\Sigma > 0, \\ 0, & P_i^\Sigma \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Разрешая выражение (2) относительно суммарной мощности педалирования и торможения P_i^Σ , получаем уравнение:

$$S_a = 2 \frac{P_i^*}{V_i} - m \frac{(a_i - g(\sin \alpha_i - k_{тр} \cos \alpha_i))}{\rho (V_i + V_b \cos(\beta_i - \beta_b))^2}. \quad (7)$$

Но поскольку значения переменных в правой части выражения (7) измеряются с некоторой погрешностью,



то для разных i -х точек будет получаться разное значение параметра аэродинамического сопротивления S_{air} . Кроме того, следует упомянуть и методические погрешности, обусловленные различием между реальным процессом движения системы «гонщик – велосипед» и его математической моделью (6). В таком случае для определения искомой величины S_a можно выбрать такое его значение, которое будет обеспечивать наилучшее совпадение между значениями P_i , рассчитанными по формулам (5) и (6) и измеренными значениями P_i^* на множестве точек i , для которых $P_i^* > 0$. Исключение точек $P_i^* = 0$ связано с тем,

$$P_i = V_i \left(ma_i + mg \sin \alpha_i + k_{тр} mg \cos \alpha_i + S_a \rho \frac{(V_i + V_B \cos(\beta_i - \beta_B))^2}{2} \right) = b_i S_a + c_i, \quad (9)$$

$$c_i = V_i (ma_i + mg \sin \alpha_i + k_{тр} mg \cos \alpha_i), \quad b_i = V_i \rho \frac{(V_i + V_B \cos(\beta_i - \beta_B))^2}{2}.$$

Значение S_a (индекс «опт» здесь и далее опущен) можно определить из условия равенства нулю производной суммы квадратов разности между измеренными и расчетными значениями мощности:

$$\sum_i \frac{d(P_i^* - P_i(S_a))^2}{dS_a} = -2 \sum_i b_i (P_i^* - c_i - b_i S_a) = 0. \quad (10)$$

Или после проведенных преобразований:

$$S_a = \frac{\sum_i b_i (P_i^* - c_i)}{\sum_i b_i^2}. \quad (11)$$

Получив таким образом оценку параметра аэродинамического сопротивления S_a , можно, используя фор-

мулы (5) и (6), рассчитать соответствующие оценки мощности педалирования в i -х точках, в которых эти значения были утрачены. Для иллюстрации работоспособности предлагаемого подхода к оценке значений мощности нами были проведены расчеты на основе данных с реальных гонок. Результаты сопоставления реальных и расчетных данных представлены на рис. 3.

что в настоящее время на практике не измеряется сила торможения $F^{ТОРМ}$ и потому, определить в таких точках значения параметра S_a не представляется возможным. В качестве меры близости между значениями каких-либо однородных переменных часто используется сумма квадратов разности между их значениями. В таком случае значение S_a может быть определено из решения задачи оптимизации:

$$S_a^{опт} = \arg \min \sum_i (P_i^* - P_i(S_a))^2. \quad (8)$$

Заметим, что P_i является линейной функцией от S_a :

мулы (5) и (6), рассчитать соответствующие оценки мощности педалирования в i -х точках, в которых эти значения были утрачены. Для иллюстрации работоспособности предлагаемого подхода к оценке значений мощности нами были проведены расчеты на основе данных с реальных гонок. Результаты сопоставления реальных и расчетных данных представлены на рис. 3.



Рис. 3. Сравнение реальных и расчетных значений мощности педалирования



Сравнение значений расчетной и реальной мощностей педалирования в 35 гонках и тренировках 4 спортсменов высокого класса (МС, МСМК) показал наличие умеренного по величине расхождения между реальным (полученным от ИМП) и расчетным значениями мощности педалирования. Расхождение мгновенных (ежесекундных) значений мощностей педалирования составляет в среднем 14% относительно реальной средней мощности в тренировочном (соревновательном) упражнении.

Однако отметим, что в практике контроля тренировочного процесса велоспорта (шоссе) мгновенные значения мощности педалирования, как правило, не представляют значительного интереса. Более высокую значимость и информативность имеют средние значения мощности, получаемые за определенный промежуток времени (например, средняя мощность, развиваемая спортсменом при прохождении заданного подъема на трассе, или средний уровень мощности на дистанционной скорости). С учетом этого нами были получены оценки расхождения между реальными и расчетными значениями средней мощности на отрезках 1, 10 и 20 минут, которые составили 7,3%, 2,3% и 1,4% соответственно. При этом последнее из представленных чисел сопоставимо по величине с заявляемой производителями точностью

измерений большинства современных измерителей мощности педалирования ($\pm 1\%$).

Следует отметить, что формула для оценки параметра аэродинамического сопротивления (11) применима для случая, когда велогонщик тренируется (соревнуется) индивидуально. Если же он участвует в групповой (командной) гонке, то по ходу дистанции он имеет возможность снижать величину аэродинамического сопротивления воздуха за счет работы в глубине группы велосипедистов (работа «на колесе») и, соответственно, поддерживать ту же скорость движения, развивая при этом меньшую мощность мышечной работы. В итоге данная ситуация является причиной для ощутимого расхождения между реальной мощностью, развиваемой спортсменом, и ее расчетной оценкой по представленным выше формулам.

Для снижения величин ошибок необходимо предпринимать дополнительные корректирующие процедуры, такие как расчет параметра лобового сопротивления по отдельным участкам с заранее известными аэродинамическими эффектами (например, на основе имеющихся данных относительно участков трассы, на которых спортсмен работал во главе группы или в ее глубине и др.), а также использование иной информации, позволяющей косвенно оценить уровень мощности педалирования (например, ее оценка с учетом имеющейся пульсограммы).

Выводы и заключение

1. Существующие системы контроля тренировочных нагрузок, включающие в свой технический компонент датчики прямого измерения мощности педалирования, позволяют в специализированном программном обеспечении (электронных приложениях для персональных компьютеров, смартфонов, веб-приложениях) осуществлять извлечение первичных данных, в том числе и мощности педалирования в формате временных и пространственных рядов.

2. Разработанные в ходе проведенного исследования аналитические зависимости могут быть использованы для оценки мощности педалирования на основе данных спутниковой навигации.

3. Перед непосредственным проведением расчетов рекомендуется проведение предварительного анализа, позволяющего более точно оценить величину параметра

аэродинамического сопротивления непосредственно на временном отрезке тренировки (соревнования), на котором отсутствуют данные мощности педалирования.

4. Оценка степени соответствия между реальными (полученными от измерителей мощности педалирования) и расчетными значениями мощности показала умеренный уровень расхождения в их мгновенных (ежесекундных) значениях (14% относительно средней мощности за тренировку/соревнование). При этом значения мощностей педалирования, осредненные на отрезках 1, 10 и 20 минут, показали существенно более высокую степень соответствия – 7,3%, 2,3% и 1,4% соответственно.

Разработанная методика восстановления частично утраченных данных мощности педалирования может применяться при мониторинге физических нагрузок спортсменов высокого класса в велосипедном спорте (шоссе).

*Работа выполнена в рамках государственного задания
ФГБУ ФНЦ ВНИИФК № 777-00036-23-01
(код темы № 001-22/2)*

Литература

1. Кубеев, А.В. Мониторинг спортивной подготовки в велосипедном спорте. Часть I. Методика мониторинга развития общей физической подготовленности спортсменов в велосипедном спорте / А.В. Кубеев, В.Л. Алякритский, А.В. Лукин [и др.] // Вестник спортивной науки. – 2023. – № 3. – С. 70–76.

2. Pinot, J. The Record Power Profile to Assess Performance in Elite Cyclists / J. Pinot, F. Grappe – Текст: электронный // International Journal of Sports Medicine. – 2011. – 32 (11):839–44. – URL: https://www.researchgate.net/publication/51766693_The_Record_Power_Profile_to_Assess_Performance_in_Elite_Cyclists (дата обращения: 27.06.2023).



3. Mateo-March, M. Power Profile Index. An Adjustable Metric for Load Monitoring in Road Cycling / Mateo-March M., Lillo-Bevia J. R., Mattia G. [at al.]. Текст: электронный // Applied Sciences – 2022. – 12 (21):11020. – URL: https://www.researchgate.net/publication/364936147_Power_Profile_Index_An_Adjustable_Metric_for_Load_Monitoring_in_Road_Cycling (дата обращения: 27.06.2023).

4. Mateo-March, M. The Record Power Profile of Male Professional Cyclists: Fatigue Matters / M. Mateo-March, P.L. Valenzuela, X. Muriel [at al.]. – Текст: электронный // International Journal of Sports Physiology and Performance. – 2022. – 17 (6): 1–6. – URL: https://www.researchgate.net/publication/358979528_The_Record_Power_Profile_of_Male_Professional_Cyclists_Fatigue_Matters (дата обращения: 27.06.2023).

5. Valenzuela, P.L. The Record Power Profile of Male Professional Cyclists: Normative Values Obtained From

a Large Database / P.L. Valenzuela, X., Muriel T. Van Erp. [at al.]. – Текст электронный // International Journal of Sports Physiology and Performance. – 2022. – 17 (5). – URL: https://www.researchgate.net/publication/358744030_The_Record_Power_Profile_of_Male_Professional_Cyclists_Normative_Values_Obtained_From_a_Large_Database (дата обращения: 27.06.2023).

6. Любовицкий, В.П. Гонимые велосипеды / В.П. Любовицкий. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд., 1989. – 319 с.

7. О велосипедах. – Текст: электронный. – URL: <http://velopiseda.net/?p=1235> (дата обращения: 27.06.2023).

8. Михайлов, В.С. Основные формулы ортодромии. Способы ее задания / В.С. Михайлов, В.Г. Кудрявцев, В.С. Давыдов // Навигация и лотия. – Киев, 2009. – 591 с.

References

1. Kubeev, A.V. (2023), Monitoring of sports training in cycling. Part I. Methodology for monitoring the development of general physical fitness of athletes in cycling, *Bulletin of Sports Science*, no. 3, pp. 70–76.

2. Pinot, J. and F. Grappe, F. (2011), The Record Power Profile to Assess Performance in Elite Cyclists, *International Journal of Sports Medicine*, no. 32, pp. 839–844, available at: https://www.researchgate.net/publication/51766693_The_Record_Power_Profile_to_Assess_Performance_in_Elite_Cyclists (access date: 27.06.2023).

3. Mateo-March, M., Lillo-Bevia, J.R. and Mattia, G. (2022), Metric for Load Monitoring in Road Cycling, *Applied Sciences*, no. 12, available at: https://www.researchgate.net/publication/364936147_Power_Profile_Index_An_Adjustable_Metric_for_Load_Monitoring_in_Road_Cycling (access date: 27.06.2023).

4. Mateo-March, M., Valenzuela, P.L. and Muriel, X. (2023), The Record Power Profile of Male Professional Cyclists: Fatigue Matters, *International Journal of Sports Physiology and Performance*, vol. 17, no. 6, pp. 926–931,

available at: https://www.researchgate.net/publication/358979528_The_Record_Power_Profile_of_Male_Professional_Cyclists_Fatigue_Matters (access date: 27.06.2023).

5. Valenzuela, P.L. and Muriel T., Van Erp. (2022), The Record Power Profile of Male Professional Cyclists: Normative Values Obtained From a Large Database”, *International Journal of Sports Physiology and Performance*, vol. 17, no. 5, pp. 701–710, available at: https://www.researchgate.net/publication/358744030_The_Record_Power_Profile_of_Male_Professional_Cyclists_Normative_Values_Obtained_From_a_Large_Database (access date: 27.06.2023).

6. Lyubovitskiy, V.P. (1989), *Gonochnie velosipedi* [Racing bicycles], Mashinostroenie. Lineering. Leningr. otd-e, Leningrad.

7. About bicycles (2014), available at: <http://velopiseda.net/?p=1235> (access date: 27.06.2023).

8. Mikhailov, V.S., Kudryavtsev, V.G. and Davydov, V.S. (2009), *Osnovnie formuli ortodromii. Sposobi ee zadaniya*, Navigation and lotsia, Kiev, Ukraine.

