

**Федеральное медико-биологическое агентство
(ФМБА России)**

Автономная некоммерческая организация

«Клиника спортивной медицины»

(АНО «КСМ»)

**ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСА МЕТОДИК И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЛОКАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ НА
ОПОРНО-ДВИГАТЕЛЬНЫЙ АППАРАТ СПОРТСМЕНОВ ПРИ
ПЛАНИРОВАНИИ РЕАБИЛИТАЦИОННЫХ МЕРОПРИЯТИЙ**

Методические рекомендации

МР ФМБА России _____ 2019

Москва

2019

ГРНТИ 76.35.41
УДК 61:796/799

Утверждены Федеральным медико-биологическим агентством и рекомендованы к изданию (Протокол № ____ от «__» _____ 20____ г.). Введены впервые.

Васильев О.С., Левушкин С.П., Куршев В.В., Сонькин В.Д.

Применение комплекса методик и математической модели оценки параметров локальной нагрузки на опорно-двигательный аппарат спортсменов при планировании реабилитационных мероприятий. Методические рекомендации. Под ред. О.С. Васильева // М.: ФМБА России, 2019. – 47 с.

Методические рекомендации предназначены для врачей по спортивной медицине и врачей других специальностей, работающих в области физической культуры и спорта, заведующих отделениями и кабинетами спортивной медицины, массажистов, а также аспирантов, ординаторов и студентов медицинских вузов и других специалистов, непосредственно участвующих в медицинском и медико-биологическом обеспечении спортсменов.

ГРНТИ 76.35.41
УДК 61:796/799

© Федеральное медико-биологическое агентство, 2019

© Автономная некоммерческая организация «Клиника спортивной медицины», 2019

Настоящие методические рекомендации не могут быть полностью или частично воспроизведены, тиражированы и распространены без разрешения Федерального медико-биологического агентства

СОДЕРЖАНИЕ

1	Методические рекомендации по применению комплекса методик и математической модели оценки параметров локальной нагрузки на опорно-двигательный аппарат спортсменов при планировании реабилитационных мероприятий.....	4
1.1	Общие положения.....	4
1.2	Основные положения биологического движения.....	9
1.3	Оценка параметров локальной нагрузки при планировании реабилитационных мероприятий.....	21
1.4	Использование эллиптических тренажеров и их прототипов.....	28
1.5	Рекомендации по математическим и компьютерным методам анализа и моделирования.....	35
1.6	Пример проведения тестового испытания – упражнение «Гранд Плие» по второй позиции.....	39
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	44

1 Методические рекомендации по применению комплекса методик и математической модели оценки параметров локальной нагрузки на опорно-двигательный аппарат спортсменов при планировании реабилитационных мероприятий

1.1 Общие положения

Понятие *локальной* нагрузки на опорно-двигательный аппарат является достаточно новым и до конца не устоявшимся в научно-практическом плане. В спортивно-педагогической сфере деятельности физическую нагрузку как правило воспринимают глобально, на весь организм спортсмена и оценивают её либо в динамических характеристиках (показатели силы, произведенной работы, достигнутой мощности) либо в характере отклика сердечно-сосудистой и/или дыхательной системы (показатели пульса, электрокардиографические показатели, показатели газообмена).

На ранних этапах (стационарной и амбулаторной) медицинской реабилитации назначаются комплексы лечебной гимнастики на повышение функциональности в поврежденном звене опорно-двигательного аппарата, которые можно связать с назначением локальной нагрузки на восстанавливаемую область ОДА (рисунок 1). Такая локальная нагрузка обычно имеет целью восстановление объема движений в суставе. В этом случае локальная нагрузка может оцениваться в геометрических показателях производимого движения. Клиническим критерием адекватности подобной локальной нагрузки на восстанавливаемую область ОДА является умеренный болевой синдром. Повышение болевого синдрома, сопровождающееся усилением признаков воспаления на следующий день (обычно в виде отека и стойкой болезненности) говорят за превышение локальной реабилитационной нагрузки.

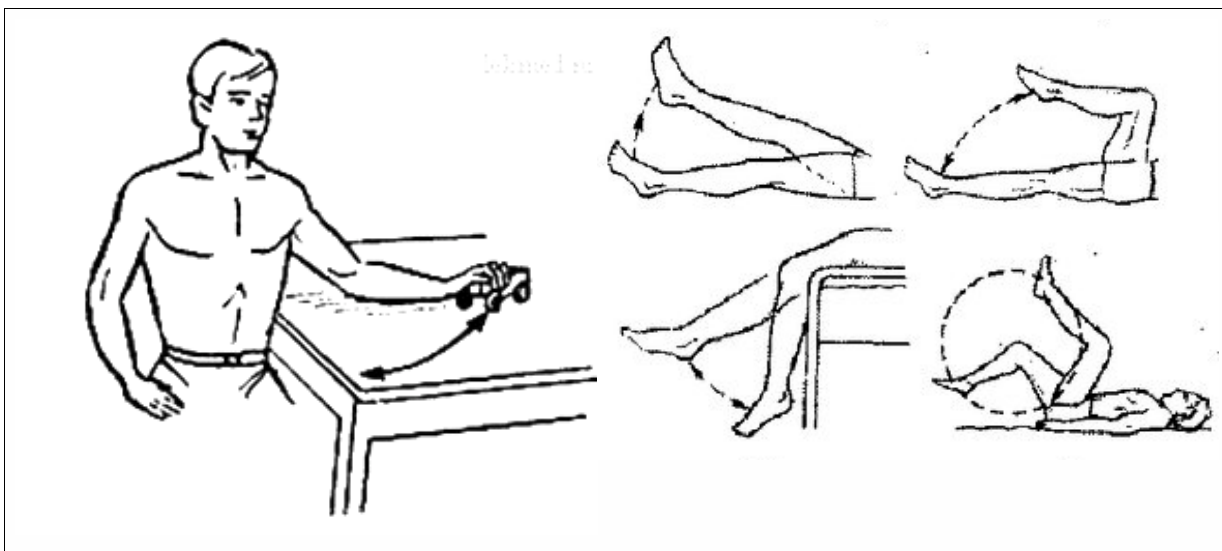


Рисунок 1 – Примеры типичных упражнений на восстановление объема движений в суставах средствами и методами лечебной гимнастики

Спортивно-педагогические представления о локальной нагрузке на восстанавливаемую область опорно-двигательного аппарата лежат в основе третьего этапа реабилитации спортсменов – *этапа спортивной реабилитации*. То есть тогда, когда организм спортсмена практически полностью восстановлен, но еще не адаптирован к выполнению плановой тренировочной нагрузки. На этом этапе доминируют реабилитационные мероприятия с упором на общефизическую и специальную физическую подготовку с выполнением упражнений с собственным весом (рисунок 2). Нагрузка в этом случае обычно дозируется количеством подходов (число серий, повторений). Болевой синдром и возникновение признаков воспаления обычно являются критериями адекватности назначаемой нагрузки.

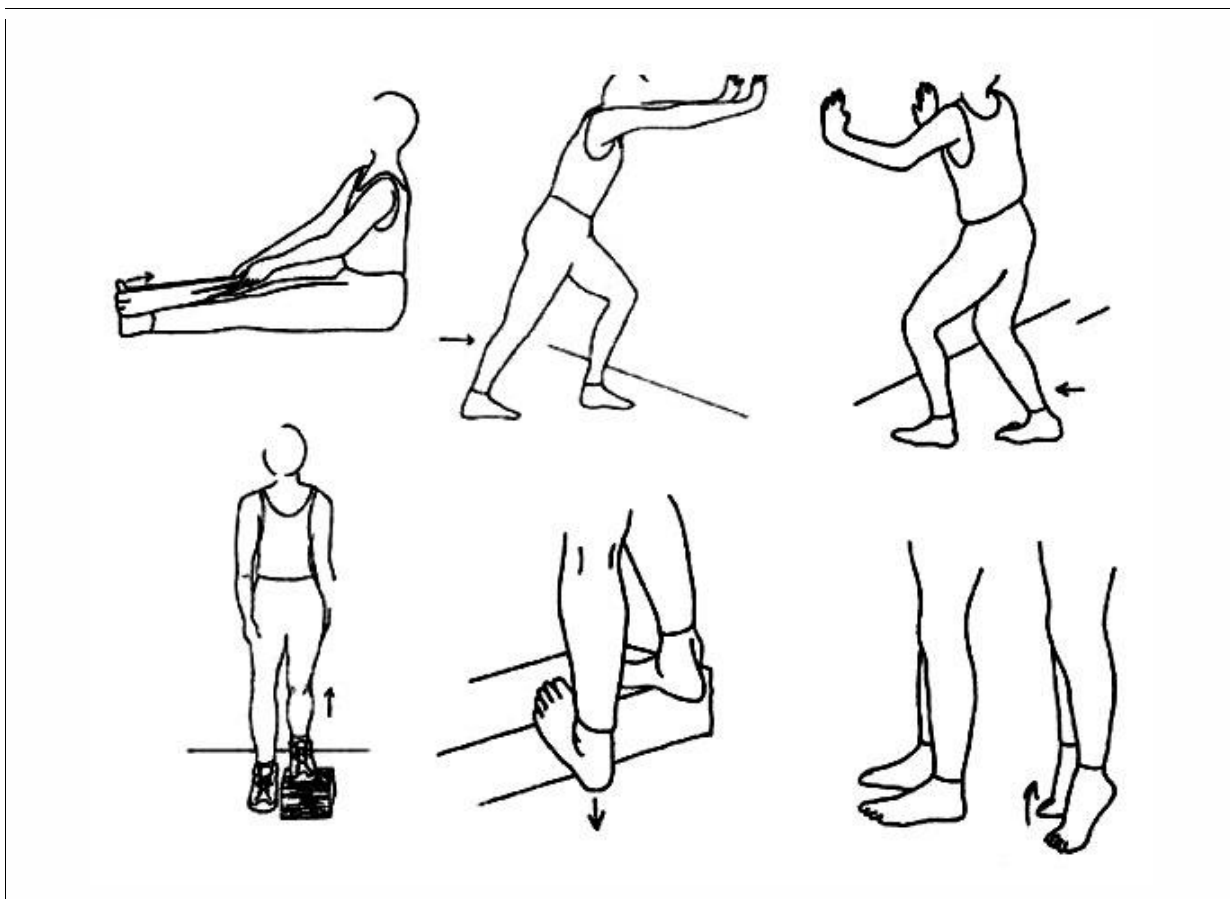


Рисунок 2 – Типичные упражнения общей и специальной физической подготовки, применяемые в начале этапа спортивной реабилитации

В дальнейшем, на этапах спортивной реабилитации восстановление спортсмена проводится по принципу щадящей спортивной тренировки и вопросов с дозированием локальной нагрузки на область поврежденного звена опорно-двигательного аппарата как правило не возникает.

Основной вопрос возникает как планировать локальную физическую нагрузку на восстанавливаемую область опорно-двигательного аппарата спортсмена на этапах медицинской реабилитации и начальных этапах спортивной реабилитации. То есть тогда, когда объем движений в суставе не полный, либо близок к полному, но окружающие мягкие ткани (мышцы, сухожилия, связки) еще не могут воспринять физическую нагрузку в должном объеме.

Так как основным средством реабилитации спортсменов является физиологически адекватно подобранный двигательный режим и физические

упражнения, то под локальной физической нагрузкой мы будем понимать работу, произведенную в заинтересованном суставе опорно-двигательного аппарата.

Из курса физики известно, что работа (A) представляет собой произведение силы (F) на перемещение (S): $A = F \times S$. В обобщенном смысле работа представляет собой суперпозицию динамических и кинематических показателей. Под кинематическими показателями мы будем понимать геометрические характеристики траекторий движения и особенности движения по этим траекториям (скорости, ускорения и так далее).

При этом, как будет ясно из дальнейшего, именно геометрические (вернее, дифференциально-геометрические) кинематические характеристики локальной физической нагрузки являются ведущими при планировании реабилитационных мероприятий на этапах медицинской и ранних этапах спортивной реабилитации.

Использование игрушечной машинки при разработки локтевого сустава на столе на рисунке 3 призвано минимизировать силу трения.

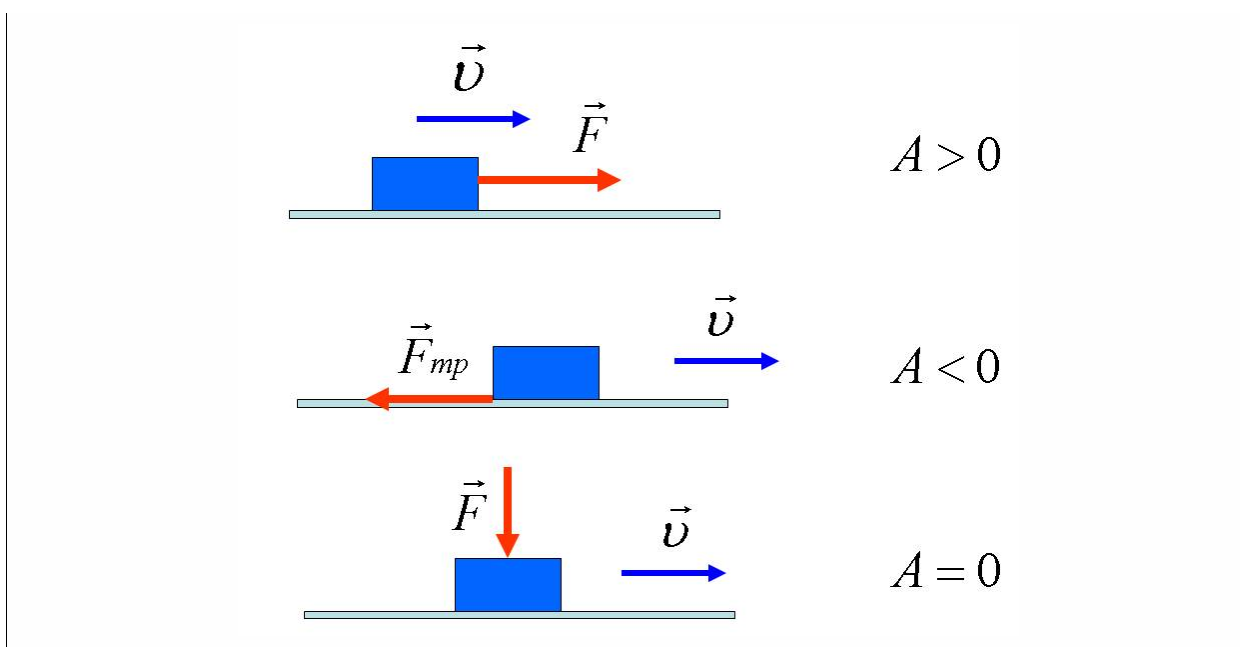


Рисунок 3 – Виды механической работы: положительная $A > 0$, отрицательная (против силы трения) $A < 0$, и нулевая $A = 0$

На этапе спортивной реабилитации, как и в дальнейшем тренировочном процессе нагрузку оценивают преимущественно в динамически показателях, где значимой является составляющая силы в формуле работы. Однако, на ранних этапах реабилитации, когда ведущее значение приобретает достижение физиологического объема движений в суставе, значимость приобретают кинематические характеристики выполненной работы.

Таким образом, если на завершающем, спортивном этапе реабилитации ведущими являются динамические показатели локальной нагрузки на восстанавливаемую область опорно-двигательного аппарата, то на ранних этапах значение приобретают кинематические показатели нагрузки.

Однако вопрос определения и дозирования кинематических показателей локальной нагрузки на восстанавливаемую область (сустав) ОДА остается открытым. В клинической практике обычно ограничиваются задачей достижения физиологического объёма движений в суставе после решения которой переходят к динамическим нагрузкам, показатели и дозирование которых фактически берутся из теории и методики спортивной тренировки.

Определить и дозировать кинематические показатели локальной физической нагрузки на ОДА можно благодаря следующим достижениям в области физиологии, а также медицинской и биологической кибернетики:

- из всевозможных вариантов решения двигательной задачи человеческий организм выбирает так называемые «биологические типы движения», характеризующиеся определенным соотношением скорости и геометрической кривизны траектории движения [1];
- организм человека стремится производить максимально *плавные* движения, кинематически соответствующие максимально *гладким* в математическом смысле траекториям движения [2].

Тем самым на начальных этапах реабилитации при достижении физиологического объема движений должны использоваться «биологические

типы движения» производимые с максимальной гладкостью. А кинематические параметры таких движений являются искомыми реабилитационными параметрами локальной физической нагрузки на ОДА спортсмена. Более того, чрезвычайно важно, чтобы на ранних этапах реабилитации восстанавливался именно биологический тип движения, а физическое движение вообще!

Заметим, что большинство используемых реабилитационных тренажеров ориентировано именно на гладкость и амплитуду движения, но не обеспечивают биологический режим самого движения; то есть они не обеспечивают физиологической кривизны траектории движения и кинематических параметров движения по этой траектории.

С другой стороны, сами параметры «биологичности» выполняемого движения могут быть использованы в качестве диагностических при оценке функции и планирования реабилитационных мероприятий на ОДА спортсмена. Нами было показано, что многие *хореографические элементы*, входящие в программу хореографической подготовки сложнокоординационных видов спорта, относятся к *гладким биологическим типам движений* и, поэтому, могут быть использованы как в диагностических, так и в реабилитационных целях.

1.2 Основные положения биологического движения

Движение живых существ, в частности позвоночных, отличается грациозностью, пластичностью, плавностью, хотя характеризуется рядом ограничений, обусловленных локомоторной структурой тела животного [3]. Обширные экспериментальные исследования показали, что биологические организмы реализуют лишь несколько решений из огромного числа потенциальных возможностей [4]. Из бесконечного множества способов, которыми потенциально можно было бы выполнить то или иное движение, биологические организмы выбирают наиболее *гладкое*. Гладкость

не только обеспечивает плавность движений руки в нормальных условиях, но и удерживается после адаптации в измененных условиях [2].

Даже крайне скудная информация, предоставляемая только дюжиной маркеров, размещенных на суставах движущегося животного, достаточна для того, чтобы произвести яркое и убедительное восприятие скоординированного движения животных. Паттерн движения животного, как *биологическое движение*, был впервые описан в 1973 году Йохансоном [5]. С тех пор восприятие биологического движения стало одной из классических тем в исследованиях по распознаванию образов – биологических движений.

Способность к распознаванию движения живого объекта имеет огромное значение в животном мире. Интересно, что уже новорожденные дети проявляют естественную склонность к биологическому движению и могут распознавать небιологическое движение [3].

Любое биологическое движение, требует сложнейшей взаимосвязи в работе нейронов, мышц и суставов. Сложность проблемы заключается в избыточности степеней свободы биологических локомоторных систем. Для любой конечности существует множество комбинаций суставных углов, которые могут удовлетворять одному и тому же положению конечной точки или пути конечной точки. Кроме того, одна и та же траектория конечной точки может быть пройдена различными угловыми суставными и мышечными комбинациями. Тем самым что существует бесконечное количество мышечно-суставных решений для выполнения целенаправленного движения.

Для генерации двигательного поведения задействуется большое количество паттернов [6]:

- кинематические паттерны (например, профили скорости сегментов, участвующих в задаче);
- динамические паттерны (паттерны сил, необходимых для перемещения этих сегментов);

- миоэлектрические паттерны (паттерны мышечной активации, производящие эти силы);
- нейронные паттерны (двигательные единицы, иннервирующие мышцы).

В реальной жизни организм человека, его опорно-двигательный аппарат, не использует преимущества такой свободы, и только один конкретный набор вращений в суставных соединениях реализуется для воспроизведения заданной траектории движения [7].

Экспериментальные данные показывают, что *целенаправленные движения* руки, демонстрируют несколько *двигательных инвариантов*, которые систематически воспроизводятся разными испытуемыми в разных повторениях. Наблюдение того, что траектории кистей рук демонстрируют много инвариантов в различных двигательных задачах (в отличие от гораздо более вариабельных суставных угловых профилей), побудило Morasso предложить, что управление движением руки в пространстве осуществляется в терминах траекторий кистей рук. Кинематическая природа контроля движений рук связана с понятием управления движением конечной точки. Подход, к анализу сложного многосуставного движения человека через исследование движения одной точки конечности был также выдвинут Бернштейном. Подобный подход анализа движений на уровне движения конечного эффектора, позволил рассмотреть ряд фундаментальных вопросов инвариантности генерации движений [8].

Существование устойчивых инвариантных характеристик двигательного действия было предположено на основании следующих общих принципов, регулирующих выполнение движения:

- принцип оптимальности двигательного контроля в биологических системах;
- принцип минимизация функций затрат.

Эти двигательные инварианты характеризуются [9]:

- колоколообразными профилями скорости;
- специфической зависимостью между кривизной пути и скоростью кисти, известной как степенной закон двух третей [10].

Подобный инвариантный подход к генерации движения позволяет объяснить как двигательная система эффективно управляет опорно-двигательным аппаратом, путем понижения избыточных степеней свободы некоторыми внутренними ограничениями [11]. И все дальнейшие попытки объяснения и моделирования отличаются лишь подходом для выявления этих ограничений. Поэтому основная проблема, возникающая при анализе биологического движения, заключается в преодолении избыточности, существующей на уровне задач, но не для самого биологического организма [8]. Как двигательная система выбирает различные траектории, когда пространство всех возможных альтернативных движений настолько велико? Интересно, что даже в случае двумерных траекторий кистей рук возникают проблемы с описательной избыточностью.

Тем самым локомоции следует изучать не только как сенсомоторную, но и как пространственно ориентированную деятельность, требующую навигационного руководства. Из этого следует, что характеристика локомоции на уровне траектории имеет решающий интерес. Многочисленные исследования проанализировали:

- вестибулярный вклад в управление направлением и расстоянием во время движения человека;
- мультисенсорный вклад в управление ходьбой по прямой траектории;
- характер визуальных стратегий, регулирующих управление локомоцией [12].

Исследования показали, что генерацию траектории кистей рук и всего тела определяют наиболее общие принципы управления локомоторными траекториями [9]. В задачах, когда испытуемые должны были идти по

различным типам криволинейных путей, Ничеур и соавторы наблюдали сильную корреляцию между кривизной пути и скоростью ходьбы, напоминающую степенной закон для движений рук [10], но со значительными отклонениями от показателя двух третих.

Поскольку локомоция представляет собой двигательную активность, мобилизующую все сегменты тела, локомоторные системы имеют большую размерность, а избыточность моторных решений, позволяющая смещать все тело в направлении к пространственной цели, теоретически больше, чем при движениях рук. Тем не менее, первая причина, объясняющая, почему такие разные движения (движения рук и локомоторные движения) могут иметь общие принципы, была предложена Georgopoulos и Grillner. Эти авторы предложили аналогию между целенаправленными движениями кисти руки и точным расположением ступней во время передвижения самого тела в пространстве. Следуя этим исследованиям, можно предположить, что траектория движения всего тела может быть построена исходя из последовательности целенаправленных движений стоп при ходьбе.

Ничеур и соавторы проверили гипотезу о том, что, как и в случае движений рук, траектории движения тела в пространстве демонстрируют геометрическую и кинематическую *стереотипию*, в то время как для достижения желаемой цели могут быть реализованы различные двигательные стратегии. Для этого Ничеур и соавторы разработали целенаправленную локомоторную задачу, аналогичную ситуации ходьбы через специальным образом поставленные «ворота». Испытуемые должны были начинать с фиксированного положения и ориентации в пространстве и проходить через дверь, расположенную в разных положениях и ориентациях в пространстве. Далее, Pham и соавторы показали, что локомоторные траектории человека генерируются в соответствии с общими пространственными или временными критериями [9].

Наблюдение стереотипии локомоторных траекторий особенно поразительно, потому что локомоция мобилизует все сегменты тела. Это приводит на теоретическом уровне к большей размерности всей моторной системы и к потенциально большему количеству моторных решений по сравнению генерацией движений руки. Так для достижения одной и той же цели испытуемые не ставили свои ноги в одинаковые позиции в пространстве. Напротив, пути, по которым они шли, были очень похожи с точки зрения как пространственной, так и кинематической изменчивости [9].

Локомоция является особым случаем, поскольку предполагает интеграцию двух уровней понимания и описания движения. Первый относится к пошаговому уровню и не обязательно совпадает со вторым, который рассматривает локомоторную траекторию в целом. Результаты показывают, что маловероятно, что локомоторные траектории строятся как последовательность «постановки стоп». В проведенном исследовании наблюдалось, что для достижения цели испытуемые использовали различные комбинации положения стоп, возникающие в результате разных движений ног.

Исследование Nicheur и соавторов показывает, что управление траекторией целенаправленного движения выражается в терминах смещения тела, связанного с пространством, а не смещения, связанного со ступней. Аналогичным образом, установив, что в угловых смещениях суставов наблюдается значительно большая вариабельность, чем в траекториях кистей рук, Morasso выдвинул гипотезу, что центральная команда сформулирована в терминах траекторий кисти руки в пространстве [9].

Возможность сегментирования планирования локомоторных траекторий в последовательной манере была предложена исследователями Viviani и Cenzato [13] для рисовальных движений кистями рук. Авторы основали эту интерпретацию на наблюдении, что один параметр в отношениях скорость-кривизна (так называемый степенной закон одной

трети), а именно, коэффициент усиления скорости, модулировался в определенных точках, разделяющих геометрически различные части траектории.

Подобные предположения, но уже при изучении локомоций человека по заранее заданным сложным траекториям высказали, предполагая, что стратегия управления перемещением тела в пространстве настраиваются в соответствии с некоторым пространственным критерием, который еще предстоит определить [9].

Временной аспект генерации движения вводит дополнительное измерение, с которым сталкивается двигательная система. Должна быть выбрана не только продолжительность движения, но и мгновенная скорость движения. Выбор или планирование определенного профиля скорости эффектора создает определенную связь между геометрией пути и временем. Таким образом, более тщательное изучение задачи контроля двумерных движений конечных эффекторов раскрывает богатство возможных вариантов выбора. Такой выбор отражается как в геометрических особенностях, так и во временном паттерне выбранной моторной системой при выполнении двигательных действий. При рассмотрении движений в более высоких измерениях с точки зрения суставной кинематики и динамики основной вопрос выбора конкретного действия из огромного набора возможных, по сути остается тем же, но еще более сложным.

Чтобы выбрать одно возможное движение из очень большого набора возможных, в качестве ключевого понятия выступает понятие оптимальности. Мы склонны считать движения человека оптимальными, но в каком смысле? При изучении кинематики конечных эффекторов накопились данные, свидетельствующие о том, что движения человека в первую очередь кинематически оптимальны; что траектория движения руки, относящаяся как к пути движения руки, так и к ее профилю скорости, обеспечивает максимальную гладкость движения, выражающаяся в

минимизации некоторой интегрированной временной производной n -го порядка положения руки [8]. Временной производной (производной по времени) наименьшего порядка является скорость, затем ускорение, затем рывок, snap («щелчок») и так далее. Представление о том, что биологическое движение является в некотором смысле оптимальным, может использоваться для генерации разнообразного набора движений. Однако проверка понятия оптимизации в качестве возможного принципа планирования движения выявляет некоторые проблемы. Получение оптимального решения не всегда может быть осуществлено, особенно в целях онлайн-планирования движения или когда не хватает времени, как, например, в случае требуемых онлайн-корректировок. Когда сложность задачи движения увеличивается, возникает несколько дополнительных трудностей. В вычислительном отношении становится все труднее найти оптимальное действие. Кроме того, хранение в памяти всех возможных оптимальных путей и траекторий не дает удовлетворительного решения, поскольку требует большой емкости памяти.

Учитывая эти трудности, другое возможное решение проблемы двигательного контроля вытекает из другого базового понятия – *композиционности* [14]. В соответствии с этим понятием большинство движений происходит из состава элементарных «строительных блоков», то есть примитивов (базовых элементов движения). Проблема, однако, заключается в том, как можно идентифицировать такие дискретные примитивы из, по-видимому, непрерывных движений? Кроме того, что именно означает термин «примитив движения»? Например, можно ли охватить большое пространство различных поведений (behaviors), основываясь только на использовании меньшего числа шаблонов движений?

Рассмотрим, например, самые простые кандидаты – прямые штрихи (straight strokes). Произвольные целенаправленные движения, следующие прямолинейными путями, характеризуются однопиковыми

колоколообразными профилями скорости [15]. Эти прямые геометрические пути пересекаются со стереотипными колоколообразными профилями скорости. Однако даже в случае простых примитивов движения прямой рукой число таких возможных штрихов огромно. Ориентация, амплитуда и продолжительность штрихов – три свободных параметра. Следовательно, пространство возможных штриховых примитивов велико.

Приведенные выше замечания, касающиеся примитивов прямого движения, также следует рассматривать с другой точки зрения. Прямые штрихи по своей природе инвариантны; независимо от их амплитуды, продолжительности и ориентации. Нормализованный профиль скорости прямого штриха имеет форму колокола и примерно одинаков для разных расположений конечных точек движения и продолжительности, по крайней мере, в случае двумерных движений в горизонтальной плоскости. В трехмерном пространстве траектории движения менее прямые и зависят от местоположения конечных точек, что привело к предположению, что различные стратегии планирования движения используются в пространственных движениях по сравнению с плоскими движениями.

Следовательно, инвариантность является еще одним фундаментальным понятием в формировании траектории, которое идет рука об руку со способностью системы обобщать двигательный план, предназначенный для конкретной задачи с целью выполнения аналогичных задач. Целенаправленные движения от точки к точке являются как пространственно, так и временно инвариантными. Инвариантность в производстве движений относится не только к целенаправленным движениям.

Какие типы инвариантов характеризуют пространственно-временные особенности движений конечного эффектора? Низкая размерность пространства задач обеспечивает удобную основу для проведения геометрического анализа движений на основе геометрических симметрий и теории инвариантности.

Другой важной переменной, которая характеризует движения, является их общая продолжительность, и важный вопрос при изучении двигательного контроля заключается в том, как мозг выбирает продолжительность для различных движений. Общая продолжительность человеческих движений сублинейно зависит от амплитуд движения; когда нарисованы две фигуральные формы, отличающиеся только пространственными масштабами, они имеют примерно равную продолжительность [16]. Связанные временные закономерности также проявляются при создании целенаправленных движений, таких как движения, ограниченные прохождением промежуточных точек. В этом случае длительности между началом движения и промежуточной точкой движения, а также между промежуточной точкой и конечной точкой почти равны, явление, которое было названо *локальной изохронностью* [16] и было успешно зафиксировано моделью минимального рывка [17].

Изохронность – тенденция поддержания скорости движения таким образом, что продолжительность движения относительно независима от евклидовой протяженности движения, является еще одной инвариантностью, которая может быть дополнительно интерпретирована в рамках полноаффинной инвариантности двигательного поведения [18].

В случае простых замкнутых траекторий, прочерчиваемых многократно и непрерывно в процессе движения, определяющим изохронность является общий периметр P одного цикла движения, который непосредственно связан с установкой средней скорости $V_m = P/T$, где T – время движения в одном цикле [10,19]. В этих случаях изохронность проявляет собой степенную зависимость между периметром и средней скоростью или, что то же самое, степенную зависимость между периметром и периодом цикла.

Возможно, что степень изохронности подразумевает наличие некоторой точной оценки линейной протяженности траектории и степень изохронности

можно использовать в качестве критерия для выявления появления простейших единиц двигательного действия у очень маленьких детей и для изучения процесса, с помощью которого несколько единиц связаны в планировании более сложных движений [7].

По всей видимости, отбор вероятных кандидатов на геометрические примитивы движения (базовые элементы движения) может возникать на основных понятиях инвариантности и оптимизации. Такие примитивы могут геометрически соответствовать геометрическим орбитам, возникающих в результате совместного действия евклидовых, эквиаффинных и полно-аффинных (просто аффинных) групп преобразований точек на плоскости [20].

В физическом движении скорость перемещения точки по кривой никак не связана с геометрическими свойствами кривой (её кривизной для двумерного движения и кручением для трехмерного). Но в биологическом движении обнаруживается устойчивая зависимость между скоростью движения и кривизной траектории движения.

Степенной закон двух третих фактически утверждает, что форма определяет кинематику движения. То есть учитывая справедливость степенного закона двух третей, можно количественно предсказать кинематику движения на основе только уравнений траектории. Возможно, что планирование и подготовка биологического движения определяются спецификой предполагаемой траектории движения и общего темпа, в то время как точный временной ход скорости и ускорения будет определяться постулируемыми процессами управления [21].

На основании степенного закона двух третей был выдвинут принцип изогонии биологического движения [10, 16, 21, 22]: который утверждает, что угловая скорость этих движений имеет тенденцию оставаться постоянной при изменении радиуса кривизны. Для некоторых особенно простых траекторий этот принцип строго применяется на протяжении всего движения.

В более общем виде этот принцип звучит: люди имеют тенденцию покрывать равные углы в равное время, независимо от фактической длины дуги на пространственной траектории.

Аналогичный аргумент может быть использован для обобщения вышеприведенного вывода на любой паттерн, состоящий из сегментов, которые могут быть аппроксимированы *круговыми дугами*. В конечном счете, можно предположить, что всякий раз, когда длина нескольких сегментов плоской траектории приблизительно пропорциональна их соответствующим средним радиусам кривизны, угловая скорость для этих отрезков примерно одинакова [22].

Происхождение связи между геометрическими и кинематическими аспектами произвольных движений конечных точек до сих пор является предметом многочисленных споров.

При рассмотрении фактических (положение верхней части тела) и идеальных (положение ступней) путей было отмечено, что испытуемые имели тенденцию наклоняться к кривой, особенно в точках высокой кривизны. Это предполагает необходимость уравнивания внешних центробежных эффектов поворота с внутренней силой тяжести, проецируемой через наклонившееся под определенным углом тело. Возможно, это может быть объяснением локальной природы соотношения скорость-кривизна [23].

Предполагается, что кинематические ограничения в биологических движениях лежат в основе степенного закона. В самом деле, если соотношение скорость-кривизна зависит только от кинематических ограничений, то закон должен сохраняться в воде так же, как и в воздухе, то есть сохраняться независимо от внешних сил сопротивления. Вместо этого эксперименты показывают, что соотношение скорость-кривизна систематически изменяется в зависимости от вязкости среды, что свидетельствует о критической роли динамических факторов [23].

В целом, траектория биологического движения, по-видимому, состоит из последовательных, индивидуально спланированных сегментов, каждый из которых характеризуется определенной величиной угловой скорости. Эти довольно резкие изменения угловой скорости происходят каждый раз, когда траектория имеет четко выраженную геометрическую особенность (точки перегиба, но также могут происходить вдали от этих точек [21].

1.3 Оценка параметров локальной нагрузки при планировании реабилитационных мероприятий

Оценка параметров локальной нагрузки при планировании реабилитационных мероприятий на различные отделы опорно-двигательного аппарата (ОДА) спортсменов производится при помощи специально разрабатываемой математической модели анализа геометрических и кинематических характеристик «гладкости» движения восстанавливаемой конечности.

При анализе гладкости движения оцениваются следующие основные параметры:

- скорость движения в каждой точке траектории (среднее значение скорости движения маркера);
- кривизны траектории движения (логарифм медианы кривизны траектории) как основанная на кривизне мера, позволяющая количественно оценить неравномерность движения);
- логарифм безразмерного рывка (медиана безразмерного рывка траектории движения).

Логарифм *безразмерного рывка* не зависит от амплитуды и продолжительности движения, но отражает изменения в форме движения и общие отклонения в плавности (гладкости).

Для определения гладкости движения используются различные системы захвата движения. 3D-анализ движения человека является одним из рабочих методов, используемый в реабилитации, при анализе спортивной техники и в научных исследованиях, изучающих движение человека в пространстве.

Рекомендации по измерению гладкости

Гладкость траектории выполняемого движения зависит от задачи. На гладкость движений в равной степени влияют как изменения способности пациента к управлению движением, так и ограничения задачи. Таким образом, анализ гладкости для оценки способности пациента к управлению движением должен учитывать переменную задачи для устранения её ограничивающего эффекта. Это относится к анализу гладкости любого типа движения, и необходимо соблюдать осторожность, особенно в случае ритмичных движений, когда вводится этап искусственной сегментации движения. В случае дискретных движений можно сравнивать только задачи аналогичного характера. Это, очевидно, приводит к вопросу о сходстве задач. Задачи обычно описываются в качественном отношении, например, движение от точки до точки, движение через точку и так далее. В количественном выражении задачи могут быть описаны как пространственно-временные ограничения, которым должно соответствовать моторное поведение для достижения цели [24]. В контексте гладкости задачи можно считать схожими, если они могут быть достигнуты с одинаковым уровнем прерывистости. Например, все простые задачи «от точки до точки» схожи по своей природе, так как демонстрируют колоколообразные профили скорости. По тому же аргументу простую задачу «от точки до точки» нельзя сравнить с задачей с промежуточной точкой, потому что промежуточная точка требует более прерывистого движения, чем та, у которой нет промежуточной точки. Аналогично, задачи «от точки до точки» с различным количеством промежуточных точек не похожи.

Аналогично, в случае ритмических движений сравнение может быть сделано только между ритмичными движениями, где основные задачи похожи.

Учитывая сильную зависимость гладкости от задачи, нельзя осмысленно интерпретировать гладкость неограниченных движений – движений, которые не являются целенаправленными. В таких случаях невозможно узнать, является ли наблюдаемая прерывистость движения запланированной или незапланированной. Таким образом, ничего нельзя сказать об относительном вкладе задачи и умения субъекта по отношению к общей гладкости этих движений.

Оптический маркерный захват и анализ движения – это высокотехнологичный трудоемкий процесс, требующий длительной подготовки в лаборатории (каждый исследуемый спортсмен должен носить полный костюм с наборами маркеров для захвата тела). При обработке результатов основную проблему составляет окклюзия, то есть нераспознавание или наложение маркеров при анализе движения человека.

Оптические маркерные системы отслеживают пассивные или активные светоотражающие маркеры, размещенные на определённых анатомических ориентирах опорно-двигательного аппарата человека (в зависимости от задачи таких маркером может быть до 40 и более). Для отслеживания маркеров обычно используется восемь или более камер захвата.

Захват движения (от англ. *motion capture*) – высокоточный метод трёхмерного кинематического анализа, широко используемый в различных областях спортивной науки и реабилитации: от фундаментальных биомеханических исследований до оперативной оценки уровня технической подготовленности спортсмена. Оптические системы могут производить захват движения со скоростью от 100 до 500 кадров в секунду (обозначается в Гц, где 1 кадр в секунду равен 1 Гц.). Захват движения может производиться и с более высокой скоростью, но с потерей качества изображения.

В спортивной биомеханике наиболее распространены следующие системы оптического захвата движения: Vicon, Oxford Metrics, Великобритания и Qualysis AB, Швеция.

Оптико-электронная система трёхмерного кинематического анализа движения «Qualisys»

Система состоит из инфракрасных камер и персонального компьютера с программным обеспечением для сбора и обработки данных. Камеры, расположенные вокруг испытуемого, определяют трёхмерные координаты маркеров-отражателей, которые крепятся на его теле в определённых местах (обычно по осям основных суставов: коленный, тазобедренный, голеностопный и так далее). Определение координат происходит с частотой до 500 кадров в секунду, что при последующей обработке этих данных позволяет с высокой точностью рассчитывать для каждого маркера основные кинематические характеристики – скорость, ускорение, перемещение – а также строить высоко детализированные графики указанных характеристик.

Первичный компьютерный анализ данных проводится с использованием программного комплекса Qualisys Track Manager, позволяющего по закрепленным на теле испытуемого светоотражающим маркерам восстановить цифровой скелет испытуемого. Соединённые вместе, маркеры образуют трёхмерную анимированную модель испытуемого, позволяющая экспериментатору получать значения углов, угловых скоростей и ускорений в любом суставе, а также графики этих характеристик.

Воспроизведение отснятых данных возможно в двух и трёхмерном режимах. Трёхмерный режим особенно удобен, так как поддерживает функцию свободного перемещения точки обзора. Изучаемый объект можно наблюдать с любой стороны, приближаясь к нему или удаляясь от него.

Таким образом, оптическая система трёхмерного кинематического анализа является универсальным средством решения самых сложных исследовательских задач в области спортивной биомеханики и медицины.

Рекомендуемое стандартное размещение основных маркеров для проведения 3D-анализа движения пояса нижних конечностей следующее:

- передний верхний гребень подвздошной кости с обеих сторон (лат. spina iliaca anterior superior – ASIS);
- большой вертел бедренной кости с обеих сторон;
- латеральный и медиальный надмыщелки бедренной кости обеих ног;
- латеральная и медиальная лодыжки голени обеих ног;
- бугор пяточной кости на каждой ноге;
- в проекции первой и пятой плюсневой кости по тыльной стороне стопы.

Рекомендуемое стандартное размещение *дополнительных* маркеров для проведения 3D-анализа движения пояса нижних конечностей следующее:

- затылок, лоб;
- 7-й шейный позвонок (C7);
- рукоятка грудины и нижняя часть грудины;
- правая и левая боковые стороны акромионов (латеральный конец ости лопатки);
- 6-й и 12-й грудные позвонки (Th6, Th12);
- 2-й и 4-й поясничные позвонки (L2, L4);
- 2-й крестцовый позвонок (S2);
- бугристости большеберцовых костей на обеих ногах.

Сбор параметров движения (при помощи оптической системы захвата) для оценки адекватности локальной нагрузки на восстанавливаемую область проводится в три этапа:

- оценка движения в восстанавливаемой области ОДА при выполнении стандартизированной батареи тестов (преимущественно, базовых хореографических движений);

- оценка адекватности локальной нагрузки в ходе проведения реабилитационных мероприятий (то есть в полевых условиях).

- оценка движения в восстанавливаемой области ода при выполнении восстанавливаемой конечностью стандартизированных траекторий: кругов, эллипсов, восьмерок и так далее.

Базовая батарея тестовых движений для диагностики и оценки локальной нагрузки при планировании реабилитационных мероприятий в поясе нижних конечностей также состоит следующих хореографических элементов:

- demi-plié,
- grand plié,
- battement développé,
- grand battement,
- sauté,
- grand sissonne (à la côté),
- grand jeté (en avant).

Выбранные в качестве тестовых базовые движения представляют собой наиболее распространенную лексику, используемую в технике классического танца, характеризуют изменения весовой нагрузки (как на двух ногах, так и на одной ноге) и требуют изменения диапазона движения, сложности, силы и скорости.

Все упражнения с одной опорной ногой повторяются на другой опорной ноге. При выполнении батареи тестов движения производятся из первой позиции ног, руки удерживаются во второй позиции на протяжении всего упражнения.

Для минимизации риска травмирования испытуемому рекомендуется провести разминку (разогреться) до и после прикрепления маркеров, а также остыть после проведения теста. Между заданиями разрешены интервалы отдыха. Перед каждым заданием испытуемому предоставляется возможность

произвести тренировочную попытку. После выполнения каждого задания испытуемый сообщает о характере болевого синдрома, используя визуальную шкалу боли (рисунок 4), которые заносились в таблицу 1.



Рисунок 4 – Визуальная аналоговая шкала боли

Таблица 1 – Пример заполнения таблицы «болевого синдрома» согласно визуальной аналоговой шкале боли (ВАШ, 0-10) во выполнения батареи тестовых движений

Выполняемое движение	Левая нога (как рабочая бозопорная нога)	Правая нога (как рабочая бозопорная нога)
<i>battement développé</i>	<i>Баллы по ВАШ</i>	
devant (вперед) à la second (вбок) à la derriere (назад)		
<i>grand battement</i>	<i>Баллы по ВАШ</i>	
devant (вперед) à la second (вбок) à la derriere (назад)		
<i>grand sissonne</i>		
<i>grand jeté</i>	<i>Баллы по ВАШ</i>	
en avant (вперед)		
en avant (вперед)		

Методики оценки локальной нагрузки при проведении реабилитационных мероприятий направлены на стандартизированный, физиологически адекватный сбор необходимых кинематических параметров движения восстанавливаемой нижней конечности для их дальнейшего анализа при помощи математической модели.

Результаты тестирования с использованием системы захвата изображения сохраняются в виде электронной таблицы в программе NUMBERS операционной системы MAC OS High Sierra. Далее, данные экспортируются в формат CSV для их дальнейшего аналитического исследования при помощи специально построенной математической модели на языке научно-статистического анализа R с использованием в среды RStudio.

1.4 Использование эллиптических тренажеров и их прототипов

Классические *эллиптические тренажеры* обеспечивают вертикальную, безударную нагрузку с отягощением аналогично беговым движениям, когда нижние конечности движутся по гладкой эллиптической траектории на заданной дорожке. Было обнаружено, что *динамическая нагрузка* на нижние конечности при эллиптической тренировке эквивалентны ходьбе и воздействие этих сил и нагрузок вдвое безопасней, чем при беге. Низкие ударные (динамические) нагрузки эллиптических упражнений могут сделать их подходящим вариантом для тренировок при множественных травмах, полученных при беге.

Бегунам, получившим травмы или имеющим ограничения в беге, нужны альтернативные варианты тренировок для поддержания физической формы. Методы перекрестных тренировок, такие как езда на велосипеде, были ранее изучены, но эллиптические упражнения являются относительно новыми и менее изученными, особенно с точки зрения хронических эффектов тренировки. Просто рассматривая движения эллиптических, велосипедных и

беговых упражнений, кажется, что эллиптические движения могут быть более специфичными и эффективными для бегунов, чем велосипедные движения.

Движения по эллиптическим траекториям могут производиться в любой плоскости и практически любым суставом. Более того, такой тип движения намного физиологичнее, чем прямолинейные типы движения (рисунок 5).

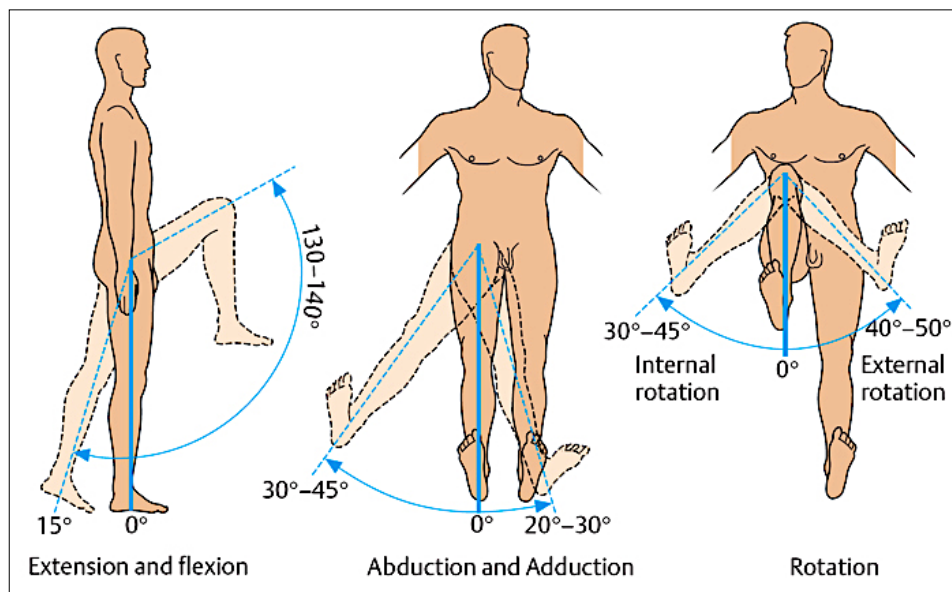


Рисунок 5 – Нормы движения в тазобедренном суставе (по шестой позиции)

Конструирование эллиптического движения с любыми наперед заданными параметрами кривизны производится следующим образом (рисунок 6): сумма расстояний от «излома» натянутой нити до места прикрепления её концов постоянно, а траектория «излома» натянутой нити является эллиптической.

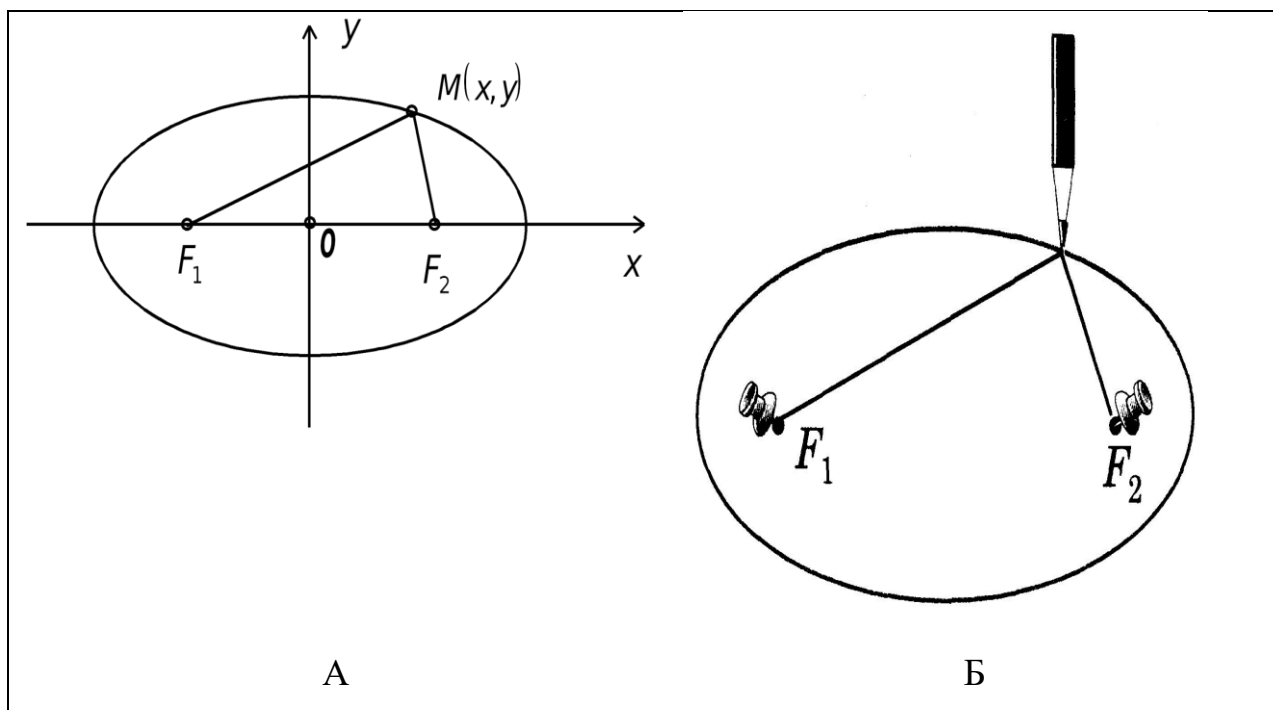


Рисунок 6 – А, Б. Построение эллипса по фокусам при заданной длине «нити» l

На принципе эллиптического движения построены прототипы тренажеров с использованием системы подвесов с эластическими лентами. При тестировании и реабилитации использовались стандартные эластичные ленты для кросс-тренинга фирмы DOMYOS с сопротивлением 5, 15 и 25 кг (рисунок 7).



Рисунок 7 – Различные виды эластичных лент, используемые в тестировании

При выполнении тестирования и реабилитации суставов нижней конечности важны не столько максимальные показатели объема движения, сколько из связи с возникновением болевого синдрома и достаточностью мышечно-связочного аппарата таза и тазобедренных суставов. В таблице 2 отмечается возможность выполнения движения и характер болевого синдрома.

Таблица 2 – Схема тестовых испытаний, проводимых при помощи эластичных лент разной степени растяжимости («сопротивления»)

Угол\ «вес»	Рабочая нога – правая				Рабочая нога – левая			
	25 кг	15 кг	5 кг	без ленты	25 кг	15 кг	5 кг	без ленты
30-45°								
60°								
90°								
max								

При тестировании проводятся только те испытания, которые физиологически доступны восстанавливаемому спортсмену и по визуальной аналоговой шкале боли (ВАШ) не превышают 3-4 баллов. Где «max» означает максимально возможный угол подъема рабочей ноги, «вес» – сопротивление используемых при тестировании эластических лент.

В приведенной схеме тестирования используется шаг по нагрузке в 10 кг. В случае необходимости более точного по нагрузке шага тестирование проводится с использованием комбинации эластичных лент:

- 25 кг – единая лента;
- 20 кг – комбинация лент 5 и 15 кг;
- 15 кг – единая лента;
- 10 кг – две ленты по 5 кг;
- 5 кг – единая лента 5 кг.

Упражнение 1. Восстановление функции голеностопного сустава (рисунок 8). Концы эластической ленты закреплены (фокусы эллипса), а

стопа в петле описывает дуговые эллиптические движения. Эластичность используемой ленты гасит излишние динамические напряжения в ноге и, тем самым, повышает гладкость траектории движения.

Выполнение упражнения. Вес на опорной ноге, рабочая нога совершает полудуговые эллиптические движения в пространстве (фактически – движения по эллипсоидальной поверхности). На рисунке 8А представлено движение в открытой кинематической цепи, на рисунке 8Б – в замкнутой кинематической цепи.

Закрепление концов эластической ленты может быть произведено за любые неподвижные фиксаторы или иные приспособления в стандартном гимнастическом зале (зале ЛФК).

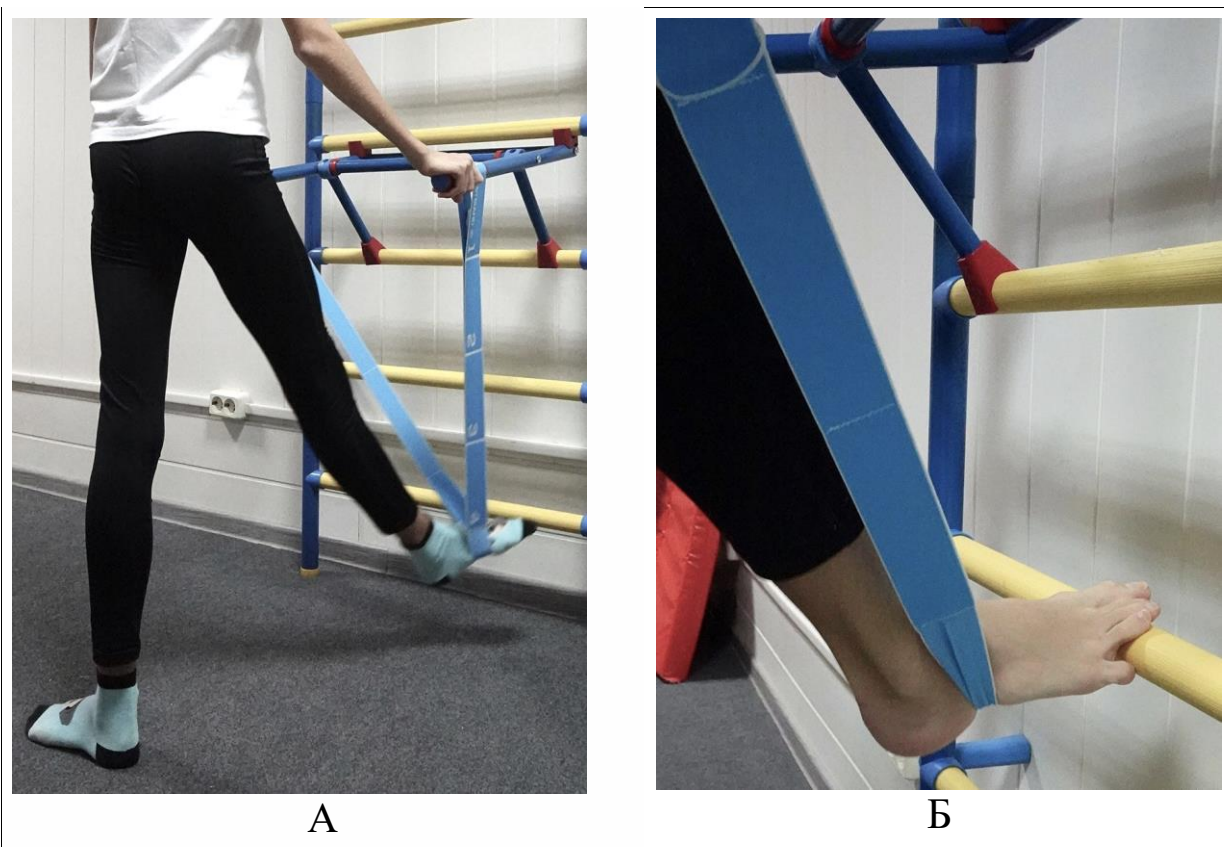


Рисунок 8 – А, Б – Прототип эллиптического тренажера для восстановления функции голеностопного сустава

Упражнение 2. Восстановление функции тазобедренного сустава на разгибание со внешней ротацией (рисунок 9). Концы эластической ленты закреплены и удерживаются руками восстанавливаемого спортсмена.



Рисунок 9 – Прототип эллиптического тренажера для восстановления функции тазобедренного сустава

Упражнение 3. Восстановление функции голеностопного сустава на сгибание-разгибание (рисунок 10А) и на сложные ротационные движения (рисунок 10Б).

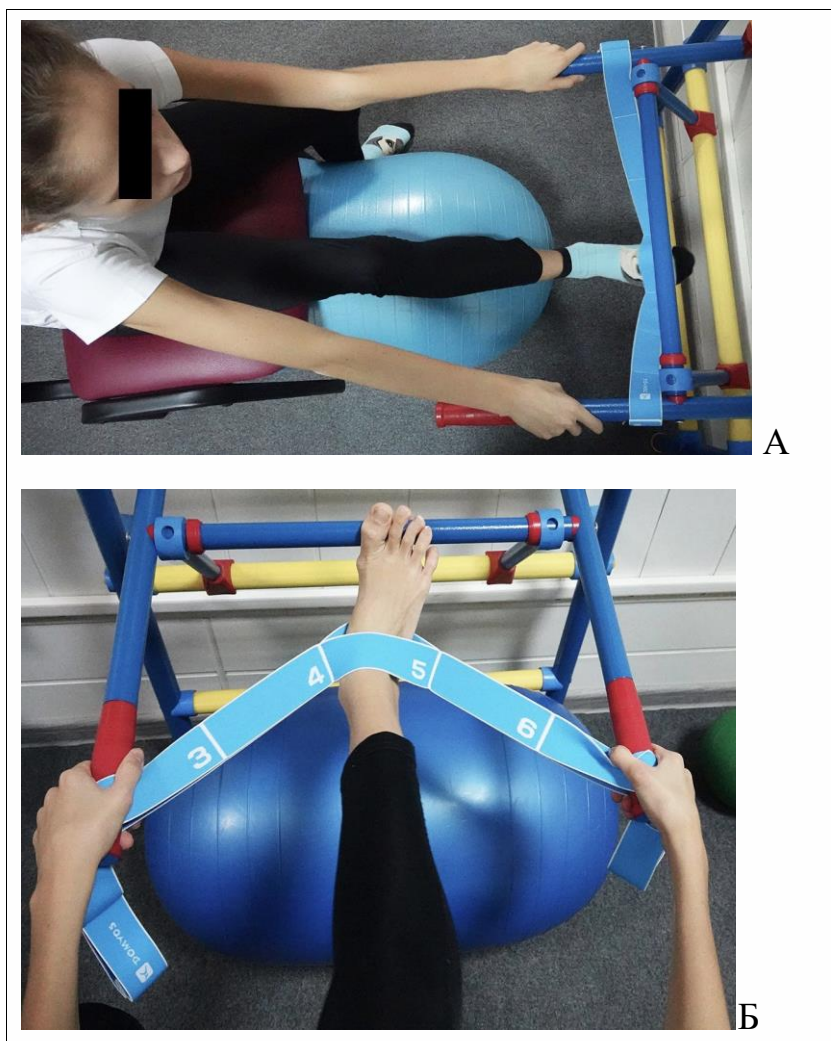


Рисунок 10 – Прототип комплексного эллиптического тренажера на восстановление функции голеностопного сустава

На рисунке 10А и 10Б мягкая резиновая эллиптическая поверхность снимает весовую нагрузку с голеностопного сустава. А – выполнение эллиптических движений на сгибание-разгибание в голеностопном суставе с использованием эллиптической облегчающей подушки. Б – выполнение эллиптических ротационных движений в голеностопном суставе с использованием эллиптической облегчающей подушки – упора под пятку.

Упражнение 3. Восстановление сложной функции тазобедренного сустава – профессиональное движение отведенного бедра в горизонтальной плоскости (рисунок 11А) и сложные ротационные движения при восстановлении профессиональных движений в коленном и голеностопном суставах (рисунок 11Б).



Рисунок 11 – Прототип комплексного эллиптического тренажера для восстановления функции тазобедренного сустава А; и сложной функции коленного и голеностопного сустава – Б

На рисунке 11 желтая эластичная лента обеспечивает разгрузку нижней конечности, синяя эластичная лента обеспечивает эллиптическую траекторию движения.

1.5 Рекомендации по математическим и компьютерным методам анализа и моделирования

Движение из «точки в точку» означает, что в начале и в конце пути скорость и ускорение равны нулю. Движения, устроенные по принципу из «точки в точку», всё больше встречаются в практической деятельности. По этому типу работает множество механизмов, например, лифты. Выбор правильного профиля движения позволяет повысить надежность и износостойкость механизма, по нему работающему.

В спортивной деятельности движение из точки в точку также широко распространено. Выбор подходящего профиля движения позволяет спортсмену с минимальными энергозатратами, то есть наиболее рационально и травмобезопасно выполнять нужное двигательное действие.

Оптимизация профиля такого движения является актуальной задачей для многих областей знания.

Выделяют два основных профиля движения из точки в точку: S-образный и трапецевидный (рисунок 12).

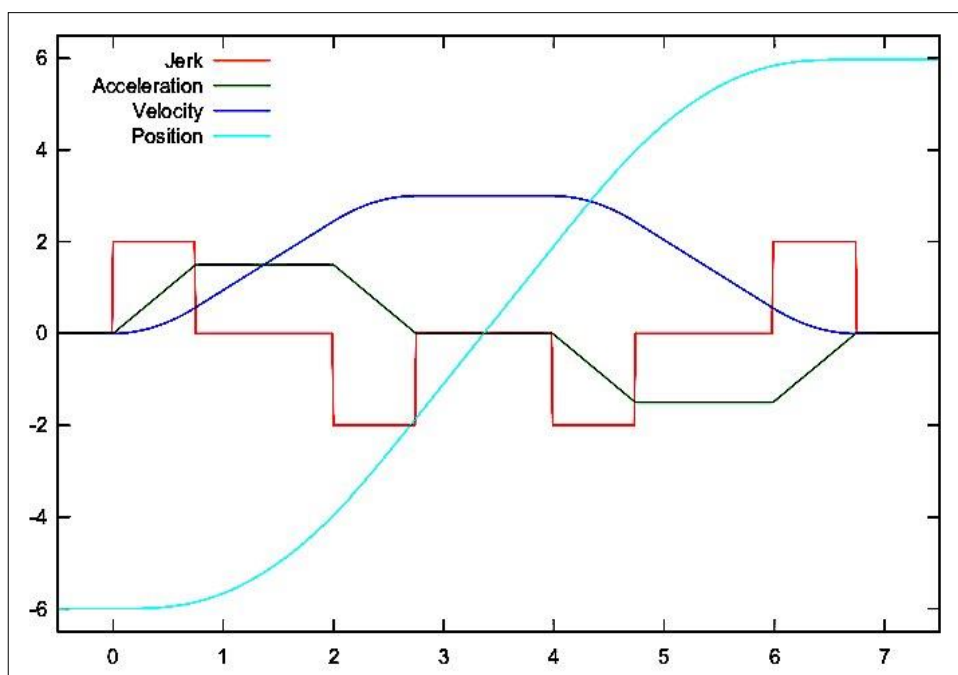


Рисунок 12 – S-образный и трапецевидный профили движения из точки в точку.

Графики скорости, ускорения и рывка для профиля S-образной кривой

В профиле S-образной кривой выделяют 7 фаз (таблица 3)

Таблица 3 – Фазы S-образного профиля движения и характеристики рывка, скорения и скорости в них [25]

Времен- ные интерва- лы	Фазы S- образного профиля движения	Рывок	Ускорение	Скорость
[0, 1]	I. Наращивание ускорения	максимальный положительный рывок	линейное увеличение ускорения до максимального	квадратичное увеличение скорости
[1, 2]	II. Постоянное ускорение	нулевой рывок	постоянное максимальное ускорение	линейное увеличение скорости
[2, 3]	III. Скат ускорения	максимальный отрицательный рывок	линейное уменьшение ускорения до нулевого	квадратичное увеличение скорости до максимальной
[3, 4]	IV. Постоянная скорость:	нулевой рывок	нулевое ускорение	максимальная постоянная скорость
[4, 5]	V. Нарастание замедления	максимальный отрицательный рывок	линейное уменьшение ускорения до минимального (отрицательного)	квадратичное уменьшение скорости
[5, 6]	VI. Постоянное замедление	нулевой рывок	постоянное отрицательное ускорение	линейное уменьшение скорости
[6, 7]	VII. Замедление по наклонной плоскости	максимальный положительный рывок	линейное увеличение ускорения с отрицательного до нулевого значения	квадратичное уменьшение скорости до нулевого значения

Легко заметить, что Фазы I, II, III и Фазы V, VI, VII имеют центрально симметричные профили относительно Фазы IV. Трапецевидный профиль, с другой стороны, имеет 3 фазы, соответствующих II, IV и VI-й фазам S-образного профиля (таблица 4).

Таблица 4 – Фазы трапецевидного профиля движения, их соотношение с фазами S-профиля и характеристики рывка, ускорения и скорости [25]

Фазы трапецевидного профиля движения	Рывок	Ускорение	Скорость
I. Постоянное ускорение (II фаза S-профиля)	равен нулю, но бесконечно возрастает в переходах между фазами	постоянное максимальное ускорение	линейное увеличение скорости
II. Постоянная скорость (IV фаза S-профиля)	равен нулю, но бесконечно возрастает в переходах между фазами	нулевое ускорение	максимальная постоянная скорость
III. Постоянное замедление (VI фаза S-профиля)	равен нулю, но бесконечно возрастает в переходах между фазами	постоянное отрицательное ускорение	линейное уменьшение скорости

В момент перехода возникновения ускорения возникает так называемый «Рывок», характеризующийся ненулевой производной от функции ускорения по времени. Рывок является такой же характеристикой движения как координата, скорость и ускорение.

В трапецевидном профиле, в силу «излома» функции ускорения на фазовых переходах, рывок бесконечно возрастает. В S-образном профиле рывок имеет постоянное значение, в силу гладкости функции ускорения в период смены фаз.

Рывки в технике порождают разрушительные вибрации, которые удастся значительно понизить за счет перехода с трапецевидных на S-образные профили движения S. Чем выше рывок, тем больше количество энергии будет расходоваться на нежелательные вибрации в системе (тем будет шире частотный спектр этой вибрации). То есть, чем быстрее будет происходить изменение ускорения, тем более мощные побочные колебания в системе будут возбуждаться (рисунок 13).

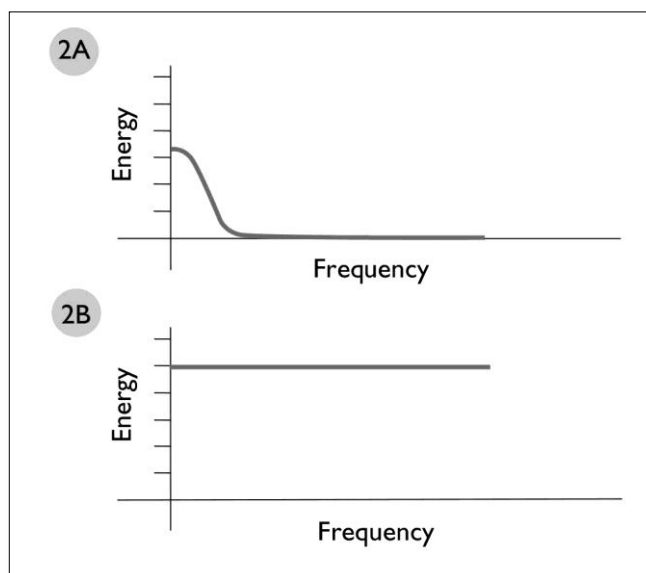


Рисунок 13 – Индуцированные вибрации для (2А) S-образного профиля и для (2В) трапециевидного профиля движения [25]

Трапециевидный профиль – из-за наличия в нем промежутков скачкообразного изменения ускорения вводит в систему значительно большее количество энергии вибрации (и на более широком частотном диапазоне), в то время как профиль S-кривой порождает значительно меньше побочной вибрационной нагрузки на систему (диапазон колебаний быстро угасает на высоких частотах).

Время передвижения из точки в точку по трапециевидному профилю будет значительно меньше, чем по S-образному. С другой стороны, S-образный профиль с фазами I, III, V, и VII будет обладать значительно большей плавностью передвижения по нему. Комбинируя относительную продолжительность Фаз I, II, III при постоянном суммарном времени прохождения этих фаз можно регулировать степень гладкости профиля движения. Чем длиннее Фазы I и III, тем медленнее, но глаже будет происходить движение. Чем длиннее Фаза II, при относительном сокращении Фаз I и III, тем быстрее, но менее гладко будет происходить движение за то же самое время.

Фазы I и III S-образного профиля в трапециевидном профиле отсутствуют. Если их добавить хотя бы минимальной продолжительности, то

функция ускорения становится гладкой (дифференцируемой) и её производная по времени (скачок) будет ограниченным.

Искусство проектировщика тренажеров заключается в подборе оптимального профиля движения под конкретную задачу (рисунок 14).

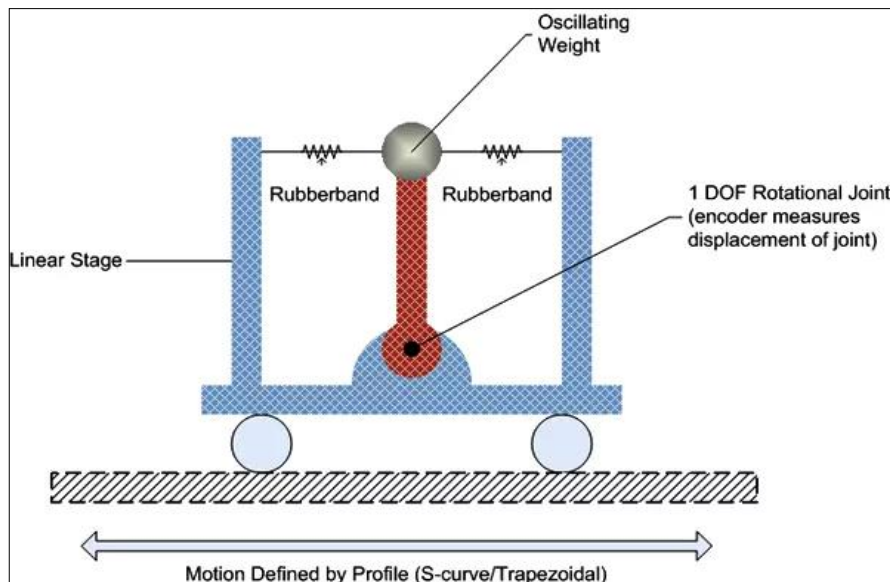


Рисунок 14 – Путём введения эластических стабилизаторов в «нагрузку» в виде перевернутого маятника, побочные колебания практически не возникают; трапециевидный профиль движения становится S-образным [25]

При введении S-образного профиля с целью компенсации побочных колебаний системы, общее время движения, как правило, увеличивается, но *эффективное время передачи нагрузки* уменьшается. Тем самым износ системы значительно сокращается, так как работоспособность большинства систем лимитирована *эффективным временем передачи* нагрузки.

1.6 Пример проведения тестового испытания - упражнение «Гранд Плие» по второй позиции

В данном примере приведена оценка эффективности реабилитационных мероприятий при комплексном восстановлении функции правой нижней конечности при локализованном повреждении коленного сустава.

D.S.: хроническая микротравма – перегрузка связочного аппарата коленного сустава с обеих сторон с компенсаторным нарушением функции тазобедренного и голеностопного суставов (умеренный болевой синдром в области коленных суставов с обеих сторон).

Тестовое упражнение «Гранд Плие» по второй позиции (рисунок 15).

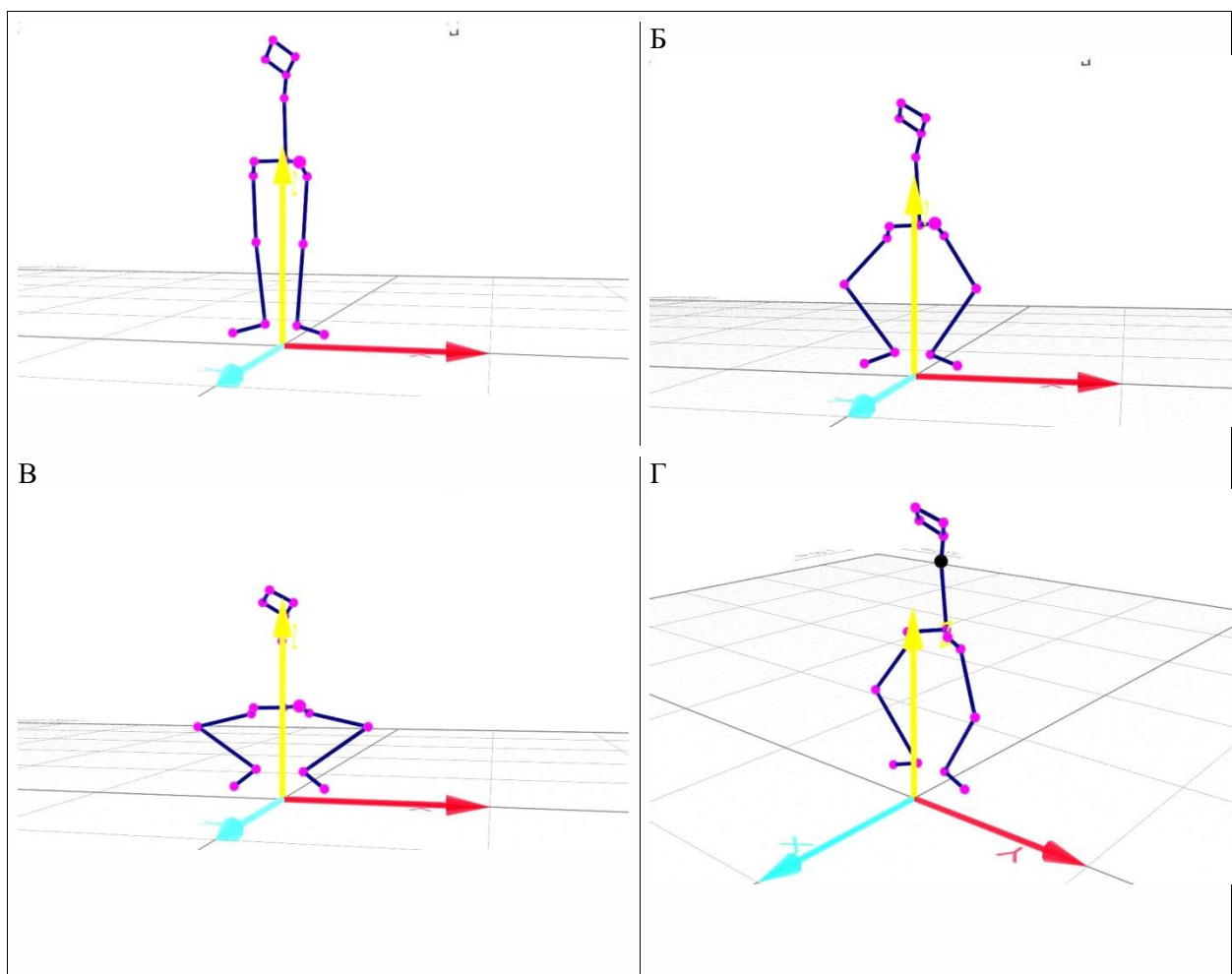


Рисунок 15 – Тестовое упражнение «Гранд Плие» по второй позиции при реабилитации коленного и голеностопного сустава. А – исходное положение. Б, Г – промежуточная фаза «деми плие». В – фаза «Гранд Плие»

Расположение маркеров при 3D-захвате траектории движения с помощью оптико-электронного аппаратно-программного комплекса «Qualisys» с программным обеспечением «Qualisys Track Manager (QTM)». Маркеры были размещены на стандартных анатомических локализациях: левая щиколотка, правая щиколотка, тыл левой стопы, тыл правой стопы, левый мыщелок бедра, правый мыщелок бедра, левый большой вертел,

правый большой вертел, левая передняя верхняя подвздошная ость, правая передняя верхняя подвздошная ость, крестец S1, C7 – шейного отростка, левая височная кость, правая височная кость, затылочная кость, лобная кость.

На рисунке 16 приведены графики изменения координат по времени маркеров левой щиколотки, правой щиколотки, левого мыщелка бедра, правого мыщелка бедра, левого большого вертела, правого большого вертела.

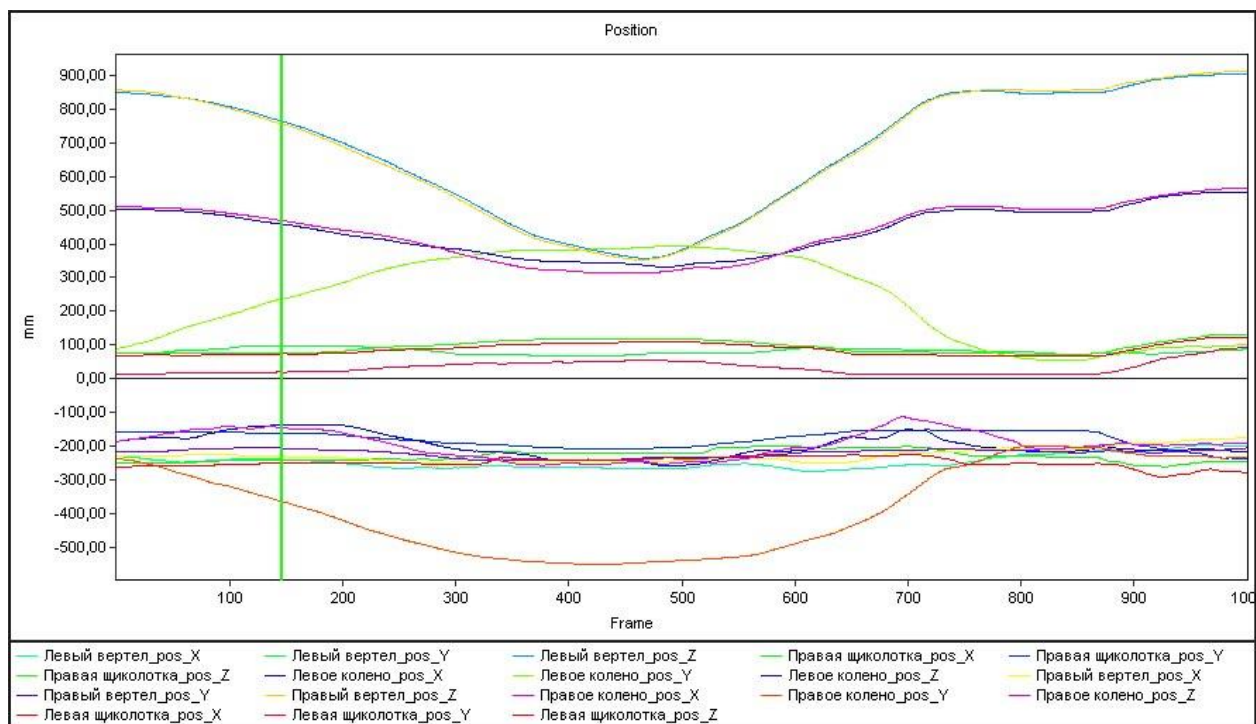


Рисунок 16 – Траектории координат $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ маркеров: левой щиколотки, правой щиколотки, левого мыщелка бедра, правого мыщелка бедра, левого большого вертела, правого большого вертела

На рисунке 17 приведены графики пройденного пути координат по времени маркеров левой щиколотки, правой щиколотки, левого мыщелка бедра, правого мыщелка бедра, левого большого вертела, правого большого вертела.

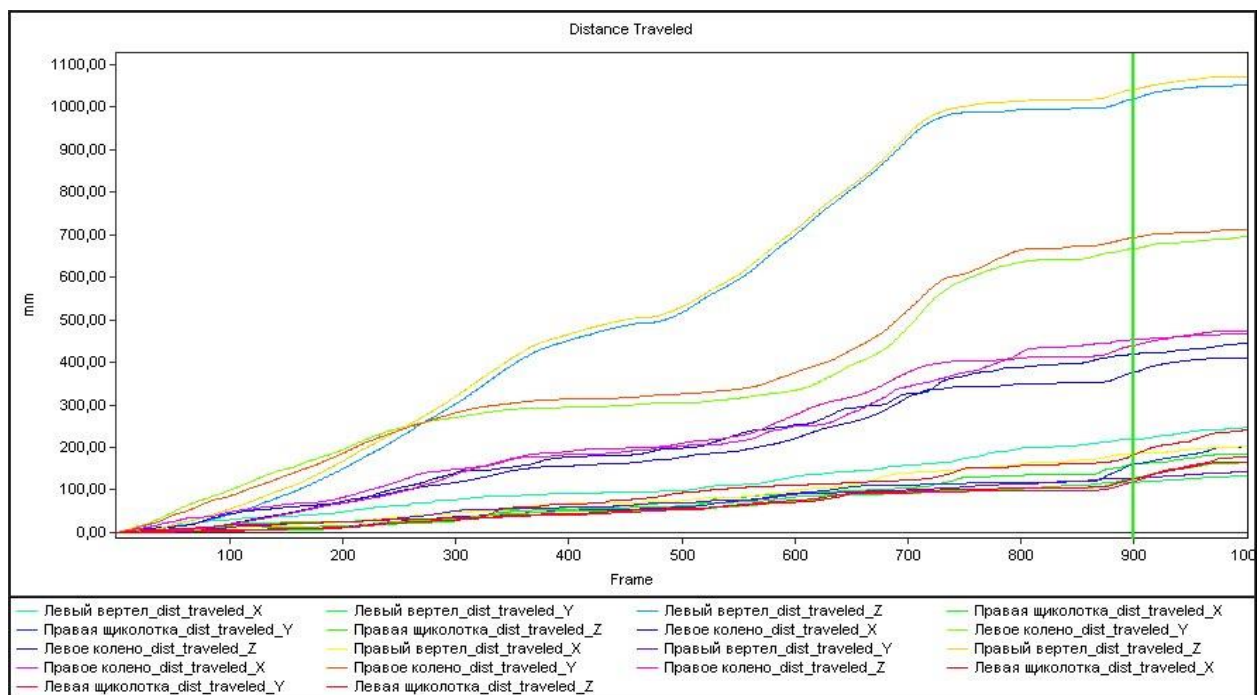


Рисунок 17 – Пройденный путь S по координатам $s_x(t), s_y(t), s_z(t)$ маркеров: левой щиколотки, правой щиколотки, левого мыщелка бедра, правого мыщелка бедра, левого большого вертела, правого большого вертела

На рисунке 18 приведены координатные графики скорости маркеров левой щиколотки, правой щиколотки, левого мыщелка бедра, правого мыщелка бедра, левого большого вертела, правого большого вертела.

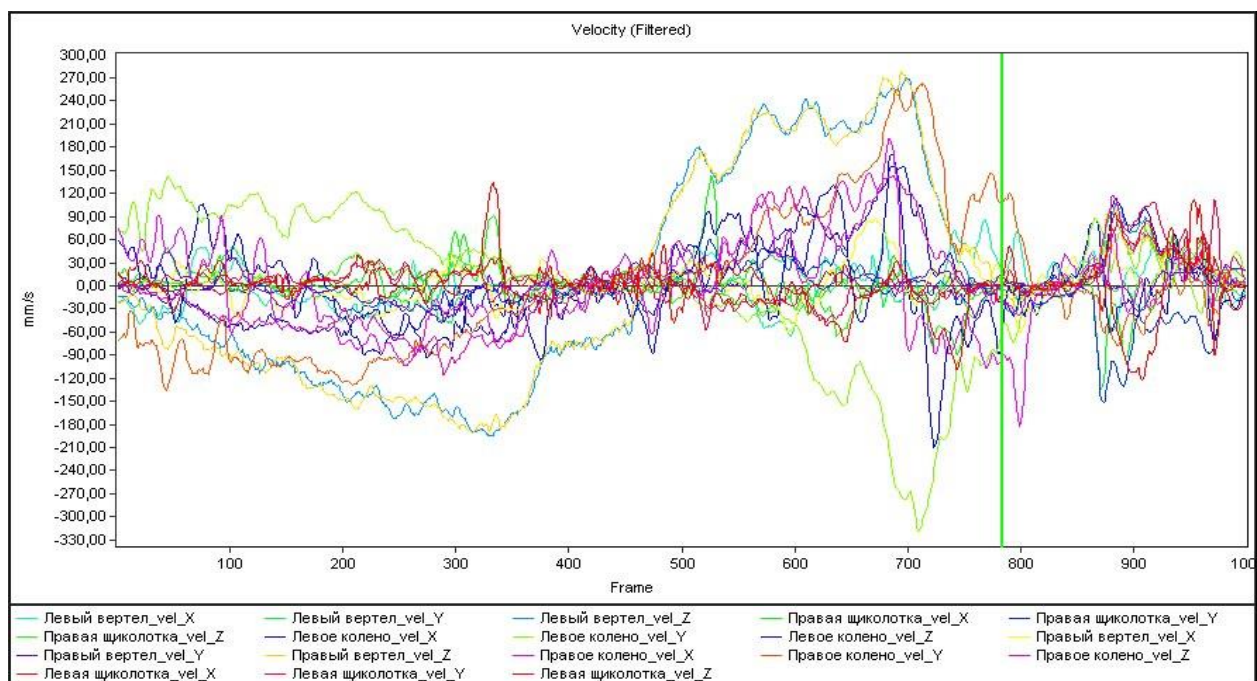


Рисунок 18 – Траектория координат скорости $v_x(t), v_y(t), v_z(t)$ маркеров: левой щиколотки, правой щиколотки, левого мыщелка бедра, правого мыщелка бедра, левого большого вертела, правого большого вертела

На рисунке 19 приведены покоординатные графики ускорений маркеров левой щиколотки, правой щиколотки, левого мыщелка бедра, правого мыщелка бедра, левого большого вертела, правого большого вертела.

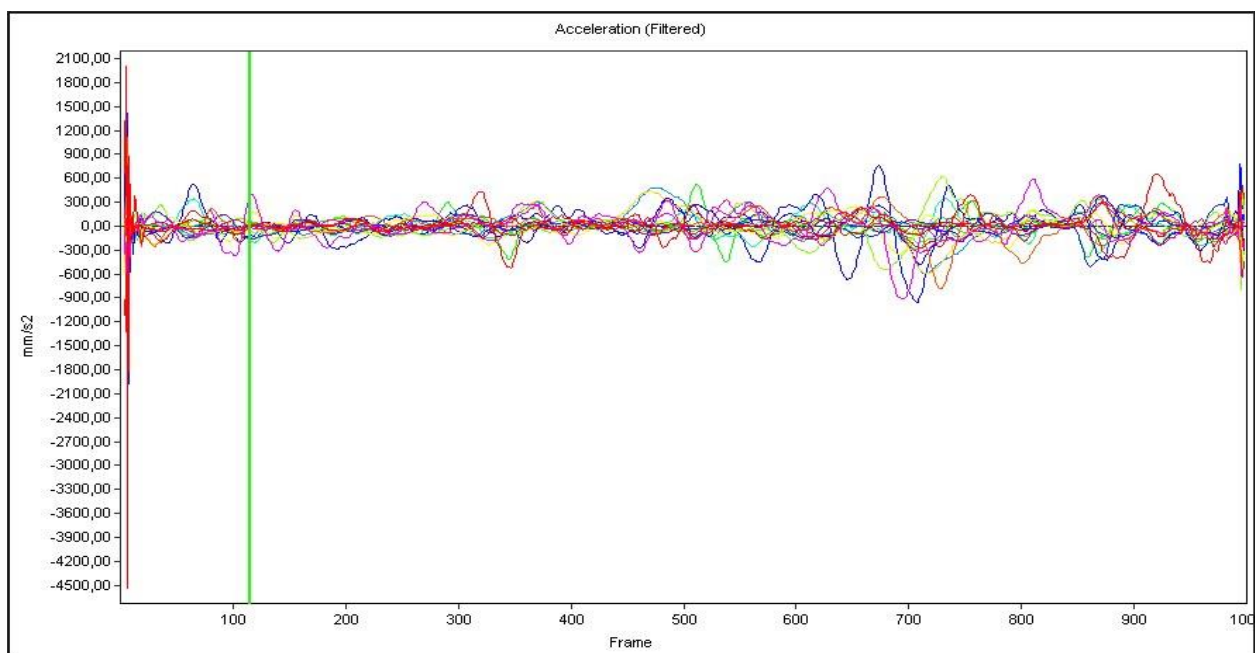


Рисунок 19 – Траектория координат ускорения $a_x(t)$, $a_y(t)$, $a_z(t)$ маркеров: левой щиколотки, правой щиколотки, левого мыщелка бедра, правого мыщелка бедра, левого большого вертела, правого большого вертела

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Viviani, P. Trajectory determines movement dynamics / P. Viviani, C. Terzuolo // *Neuroscience*. – 1982. – № 7. – P. 431-437.
2. Sejnowski, T.J. Neurobiology: making smooth moves / T.J. Sejnowski // *Nature*. – 1998. – № 394. – P. 725-726.
3. Simion, F. A predisposition for biological motion in the newborn baby. Bulf H / F. Simion, L. Regolin // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. – 2008. – № 105(2). – P. 809-813.
4. Buchanan, J.J. Coordination dynamics of trajectory formation / J. J. Buchanan, J. A. Kelso, A. Fuchs // *Biol Cybern*. – 1996. – № 74(1). – P. 41-54.
5. Johansson, G. Visual perception of biological motion and a model for its analysis, Percept / G. Johansson // *Psychophys*. – 1973. – № 14. – P. 201-211.
6. Harris, C.M. Signal-dependent noise determines motor planning / C.M. Harris, D.M. Wolpert // *Nature*. – 1998. – № 394. – P.780-784.
7. Viviani, P. A developmental study of the relationship between geometry and kinematics in drawing movements / P. Viviani, R. Schneider / *J Exp Psychol Hum Percept Perform*. – 1991. – № 17. – P. 198-218.
8. Flash, T. Motor Compositionality and Timing: Combined Geometrical and Optimization Approaches / T. Flash [et al.]. / *Biomechanics of Anthropomorphic Systems*. – Springer, Cham. – 2019. – P. 155-184
9. Hicheur, H. Velocity and curvature in human locomotion along complex curved paths: a comparison with hand movements / H. Hicheur [et al.]. // *Exp Brain Res*. – 2005. – № 162. – P. 145-154.
10. Lacquaniti, F. Global metric properties and preparatory processes in drawing movements / F. Lacquaniti, C. Terzuolo, P. Viviani // *Preparatory states and processes*. – 1984. – P.357-370.
11. Balasubramanian, S. Robotic Assessment of Upper Limb Motor Function After Stroke Am / S. Balasubramanian [et al.]. // *J Phys Med Rehabil*. – 2012. – № 91. – P.255-69.

12. Anderson, K. Hip and groin injuries in athletes / K. Anderson, SM. Strickland, R. Warren // *Am J Sports Med.* – 2001. – №29(4). – P.521-33.
13. Viviani, P. Segmentation and coupling in complex movements / P. Viviani, M. Cenzato // *J Exp Psychol Hum Percept Perf.* – 1985. – № 11. – P. 828-845.
14. Bizzi, E., Mussa-Ivaladi, F.A (2000) Motor learning through the combination of primitives. *Philos. Trans. Royal Soc. London Ser. B-Biol. Sci.* 355, 1755-1759.
15. Abend, W. Human arm trajectory formation. / W. Abend [et al]. // *Brain : a journal of neurology.* – 1982. – № 105. – P. 331-48.
16. Viviani, P. The relation between linear extent and velocity in drawing movements / P. Viviani, G. McCollum // *Neuroscience.* – 1983. – № 10(1). – P. 211-218.
17. Flash, T. The coordination of arm movements: an experimentally confirmed mathematical model / T. Flash, N. Hogan // *J Neurosci.* – 1985. – Vol. 5. – P. 1688-1703.
18. Bennequin, D. Movement Timing and Invariance Arise from Several Geometries / D. Bennequin [et al.]. // *PLoS computational biology.* – 2009. –Vol. 5. – № 7. – P. 1000425.
19. Viviani, P. (1986). Do units of motor action really exist? In H. Heuer & C. Fromm (Eds.), *Generation and modulation of action patterns* (pp. 201-216). Berlin: Springer-Verlag.
20. Viviani, P. Biological movements look uniform: Evidence of motor-perceptual interactions / P. Viviani, N. Stucchi // *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance.* – 1992. – № 18. – P. 603-623.
21. Viviani, P. Minimum-jerk, two-thirds power law, and isochrony: converging approaches to movement planning / P. Viviani, T. Flash // *J Exp Psychol Hum Percept Perform.* – 1995. – № 21. – P. 32-53.

22. Lacquaniti, F. The law relating the kinematic and figural aspects of drawing movements / F. Lacquaniti, C. Terzuolo, P. Viviani // *Acta Psychologica*. – 1983. – № 54. – P. 115-130.

23. Fitts, P.M. The information capacity of the human motor system in controlling the amplitude of movement / P.M. Fitts // *Journal of Experimental Psychology*. – 1954. – № 47. – P. 381-391.

24. Balasubramanian, S. On the analysis of movement smoothness./ S . Balasubramanian [et al.] // *J. Neuroeng. Rehabil.* – 2015. – №12. – P.112.

25. Lewin, C. (2007). Mathematics of motion control profiles. Technical Report. Performance Motion Devices, Inc.